



ارایه مدل پویای بازار مالی با عقاید ناهمگن و اطمینان وابسته به حالات

علی فروش باستانی^۱

سعید اسلامی بیدگلی^۲

سیدمحمد ایمان رحیمی فر^۳

تاریخ پذیرش: ۹۲/۱۲/۲۵

تاریخ دریافت: ۹۲/۹/۱۸

چکیده

در بازارهای مالی، قیمت یک ورق ریسکی به وسیله بازارسازان بر اساس تقاضای مازاد تعاملات عامل‌های غیرهمگن تعیین می‌گردد. این عامل‌ها، چارتریست‌ها و فاندامن‌تال‌ها هستند که سفارش‌های آن‌ها بر مبنای تفاوت بین تخمین‌ها در مورد قیمت آتی بوده به طوری که چارتریست‌ها متکی به قوانین وجود روند عمل می‌کنند و فاندامن‌تال‌ها فرض می‌کنند که دارای اطلاعات در مورد فضای اقتصادی هستند و بر این اساس نظرات خود را شکل می‌دهند. اگر قیمت در بلند مدت با مقادیر پیش‌بینی شده فاندامن‌تال‌ها فاصله زیادی داشته باشد، فاندامن‌تال‌ها اطمینان خود را از پیش‌بینی‌ها کاهش داده و وزن بالایی به بازگشت قیمت به قیمت بنیادی می‌دهند. در حقیقت در بازار مالی شاهد سناریوهای دینامیک مختلفی هستیم که با توجه به تعاملات عامل‌های ناهمگن شکل گرفته است.

بر این اساس در این تحقیق به توسعه یک مدل دینامیکی سه بعدی زمان گسسته با هدف پوشش مجموعه کاملی از سناریوهای دینامیک پرداخته شده است. نتایج حاصل از این تحقیق به دو بخش تقسیم شده است. در بخش اول به شبیه‌سازی کمی رفتارهای دینامیک و شناسایی جذب‌کننده‌های همزمان پرداخته می‌شود و در بخش دوم به بررسی تاثیر حالت بازار (نسبت هر یک از دو عامل چارتریست و فاندامن‌تالیست در بازار) و عامل‌های با استراتژی به روز شونده (افرادی که بر اساس نسبت سودی که برای هر استراتژی شناسایی می‌کنند، استراتژی خود را تغییر می‌دهند) بر رفتار قیمتی بازار پرداخته می‌شود.

واژه‌های کلیدی: عقاید ناهمگن، دینامیک‌های بازار مالی، تجزیه و تحلیل انشعاب، فاندامن‌تالیست، چارتریست.

۱- دکترای ریاضیات مالی، مدیر تحصیلات تکمیلی دانشگاه علوم تحقیقات زنجان Bastani@iasbs.ac.ir

۲- دکترای مدیریت مالی دانشگاه شهید بهشتی. Eslamibidgoli@gmail.com

۳- فوق لیسانس مهندسی مالی، دانشگاه علوم اقتصادی. مسئول مقاله. Iman.rahimifar@gmail.com

۱- مقدمه

بیشتر نظریه های اقتصادی بر این اساس بنا شده است که افراد در مواجهه با رویدادهای اقتصادی به صورت منطقی عمل می کنند و کلیه اطلاعات موجود را در فرآیند سرمایه گذاری در نظر می گیرند. این فرضیه مبنای اصلی فرضیه بازار کارا است. اما محققان این فرضیه بنیادی را زیر سؤال برده اند و مدارکی را کشف کرده اند که نشان دهنده عدم وجود رفتار منطقی در مبحث سرمایه گذاری است. آنها به دنبال درک و توضیح اثرات احساسات انسانی در فرآیند تصمیم گیری هستند. بسیاری از سرمایه گذاران بر این باور هستند که آنها به طور موفقیت آمیزی همیشه می توانند از بازار جلوتر باشند اما در واقع شواهد زیادی وجود دارد که این موضوع را رد می کند، این اطمینان بیش از حد باعث انجام معاملات زیاد و از بین رفتن سود سرمایه گذاران می شود.

در مدل سازی بازارهای مالی این نکته حائز اهمیت بوده است که چگونه می توان انحراف مداوم قیمت های مالی را از قیمت فاندامننتالی آن، به کمک تعاملات عوامل ناهمگن در بازار توصیف کرد. از طرف دیگر نحوه تاثیرگذاری این تعاملات در تولید ویژگی های اساسی سری های زمانی مالی و توزیع های بازده تجربی بسیار مورد توجه محققین مالی بوده است. در این چهارچوب و در راستای توصیف قوانین غیرخطی تغییر قیمت در بازار، مدل های عاملی ناهمگن با در نظر گرفتن عوامل تاثیرگذار خارجی دیگر (مانند تغییرات بنیادی، فرایندهای تقسیم سود یا مولفه های تاثیرگذار تقاضا) به یکی از مهمترین ابزارهای تحلیل و پیش بینی رفتار بازار تبدیل شده اند.

در میان ادبیات عامل های ناهمگن، مدل های مبتنی بر تعامل بین فاندامننتال ها و چارتریست ها از اهمیت خاصی برخوردار بوده است به نحوی که قادر به توضیح یکی از اصلی ترین مکانیزم های نوسان قیمت ناشی از تاثیر متقابل بین نیروهای بی ثبات کننده (پیروی استراتژی های تعقیب روند) و معامله گران بنیادی، با نقشی تثبیت کننده در بازار (افرادی که سفارش خود را روی بازگشت به میانگین قیمت های بنیادی بنا می کنند) بوده است.

تاکنون تحقیقات متفاوتی بر روی مدل سازی سناریوهای تصمیم گیری سرمایه گذاران انجام شده است که هدف اصلی آن ها شناسایی هر چه دقیق تر رفتار عامل ها (فاندامننتالیست و چارتریست) و به دنبال آن پیش بینی قیمت دارایی بر مبنای رفتار آن ها بوده است. فاندامننتالیست ها، عامل هایی هستند که اعتقاد دارند قیمت دارایی در بلندمدت به قیمت بنیادی آن بازمی گردد و بر مبنای اطلاعات بنیادی به تصمیم گیری می پردازند و در طرف مقابل چارتریست ها، عامل هایی هستند که بر

مبنای روندهای قیمتی دارایی‌ها و بدون توجه به اطلاعات بنیادی تصمیم‌گیری می‌کنند. بنابراین با توجه به ماهیت دینامیک تصمیم‌گیری عامل‌ها، روش‌های که قابلیت بیشتری در جهت بیان هر چه دقیق‌تر سناریوهای مختلف تصمیم‌گیری عامل‌ها و به تبع آن تعیین قیمت دارایی را داشته باشند، بیش از روش‌های دیگر مورد توجه قرار خواهند گرفت.

هدف اصلی این تحقیق استفاده از شاخصه‌های رفتاری عامل‌ها و تکنیک‌های ریاضی جهت ارائه یک مدل پویای سه بعدی زمان گسسته بوده، که نشان دهنده محدوده کامل از سناریوهای دینامیک با توجه به تصمیمات فاندامن‌تالیست‌ها و چارتریست‌ها در خصوص پیش بینی قیمت دارایی باشد. به نحوی که مدل توانایی نمایش محدوده‌های پایدار قیمتی و حرکت‌های همگرا و واگرای قیمت دارایی تحت تاثیر پارامترهای حالت بازار و تغییر استراتژی گروهی از معامله‌گران را داشته باشد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

بر اساس تحقیقات انجام شده در زمینه سیستم‌های دینامیک رفتاری، این طور می‌توان بیان نمود که مطالعات اولیه در خصوص دینامیک‌های رفتاری عامل‌ها، توسط کیارلا^۱ در سال ۱۹۹۲ آغاز شده است.

در یکی از تحقیقات ابتدایی، کیارلا (۱۹۹۲) به تحلیل مدلی از عامل‌ها پرداخته است که در آن سرمایه‌گذاران به دو گروه یا رژیم فاندامن‌تالیست و چارتریست تقسیم‌بندی شده که بر اساس تجربیات و مشاهدات خود به معامله دارایی‌ها می‌پردازند. در حقیقت کیارلا (۱۹۹۲) در این تحقیق به بررسی و تحلیل یک مدل از دینامیک‌های قیمت دارایی که متأثر از تصمیمات دو گروه فاندامن‌تالیست و چارتریست می‌باشد، می‌پردازد. او در تحقیق خود نشان می‌دهد که پایداری و ناپایداری تعادل ایجاد شده متأثر از تعاملات بین میزان (قدرت) تقاضای بنیادی یا فاندامن‌تالیستی، میزان تقاضا برای سفته بازی و سرعت واکنش چارتریست‌ها به منظور تشخیص روند و یا اصلاح تخمین، است.

در تحقیق دیگری که توسط کیارلا و خومین^۲ (۲۰۰۰) تحت عنوان دینامیک تعامل فاندامن‌تال-های عقلایی و چارتریست‌ها در یک اقتصاد پولی صورت پذیرفته است، آن‌ها به بررسی تعاملات دینامیک فاندامن‌تالیست‌ها و چارتریست‌ها در شرایط تورمی و یا اقتصاد تورمی پرداخته‌اند. کیارلا

(۲۰۰۰) این طور بیان می‌کند، که در یک مدل پایه‌ای از دینامیک‌های شرایط اقتصاد پولی، انتظار داریم که انتظارات تورمی فاندامن‌تالیست‌ها و چار‌تیس‌ت‌ها از شرایط تورمی، میانگین وزنی هر یک از گروه‌ها را در تعیین قیمت دارایی شکل دهد. در حقیقت آن‌ها بیان می‌کنند که فاندامن‌تالیست‌ها انتظارات تورمی خود را بر اساس شرایط اقتصادی و تحلیل‌های بنیادی شکل داده و چار‌تیس‌ت‌ها انتظارات خود را بر اساس تحلیل روندهای استاندارد شکل می‌دهند.

کیارلا و خومین (۲۰۰۰) در تحقیق خود نشان می‌دهند زمانی که تورم با سرعتی بالایی، افزایش یا کاهش می‌یابد نسبت عامل‌هایی که از گروه چار‌تیس‌ت‌ها به گروه فاندامن‌تالیست‌ها تغییر وضعیت می‌دهند (استراتژی خود را از چار‌تیس‌ت به فاندامن‌تالیست تغییر می‌دهند)، افزایش می‌یابد و در ادامه آن فاندامن‌تالیست‌ها در تحلیل خود وزن بیشتری را به بازگشت قیمت به قیمت بنیادی دارایی در مدل خود تخصیص می‌دهند و اعتقاد دارند که در چنین شرایطی، بازگشت به قیمت بنیادی محتمل‌ترین اتفاق است. نتایج تحقیق آن‌ها، مجموعه‌ای پیچیده از رفتار دینامیکی در نتیجه تغییرات شرایط اقتصادی را نمایان می‌سازد.

در تحقیقی دیگر که توسط ژونگ^۳ و همکاران (۲۰۰۸) با عنوان اینکه آیا تحلیل دنبال کنندگان روند (چار‌تیس‌ت‌ها) در بلندمدت باقی خواهد ماند، به بررسی دوره زمانی و نوع تحلیل غالب بر بازار در دوره زمانی مورد نظر و دینامیک‌های رفتاری دو گروه از عامل‌ها پرداخته‌اند. آن‌ها با استفاده از مدل قیمت‌گذاری دارایی‌ها با بخش‌بندی تصادفی بازار به بررسی استراتژی غالب^۴ بازار، میزان سودآوری و تغییر موقعیت عامل‌های فاندامن‌تالیست و چار‌تیس‌ت در دوره‌های زمانی کوتاه‌مدت و بلندمدت پرداخته‌اند.

به بیانی دیگر، سوال اصلی را ژاو (۲۰۰۸) این طور بیان می‌کند که در دوره‌های زمانی کوتاه-مدت و بلندمدت تحلیل کدام‌یک از عامل‌های فاندامن‌تالیست و چار‌تیس‌ت بر بازار غالب می‌گردد و این تسلط بر بازار چطور ثروت این دو گروه را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

ژاو و همکارانش (۲۰۰۸) در تحقیقات آماری خود که با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو انجام شده بود، نشان دادند زمانی که بازار توسط دیدگاه فاندامن‌تالیست غالب می‌گردد آن‌گاه، نسبت فاندامن‌تالیست‌ها و ثروت بازار آن‌ها نیز در بلندمدت به مقدار زیادی افزایش می‌یابد و از طرفی دیگر زمانی که استراتژی چار‌تیس‌ت‌ها بر بازار غالب می‌گردد، نسبت ثروت فاندامن‌تالیست‌ها در

کوتاه‌مدت افزایش چندانی را تجربه نخواهد کرد و شاید حتی این امکان وجود دارد که فاندانتالایست‌ها به سمت استراتژی چارتریست‌ها تغییر وضعیت دهند.

ژاو (۲۰۰۸) این طور بیان می‌کند که سطح اطمینان فاندانتالایست‌ها نسبت به پیش‌بینی‌های خود عامل مهمی در همگرایی قیمت‌ها به تخمین‌های آن‌ها می‌باشد. به بیانی دیگر، در صورتی که فاندانتالایست‌ها نسبت به آینده و پیش‌بینی خود اطمینان پایینی داشته باشند آن‌گاه نسبت افزایشی که به استراتژی مقابل روی می‌آورند افزایش می‌یابد که این موجب افزایش ثروت چارتریست‌ها می‌گردد و در طرف مقابل، در صورتی که فاندانتالایست‌ها نسبت به پیش‌بینی‌های خود اطمینان زیادی داشته باشند، آن‌گاه وزن بیشتری را به تخمین خود اختصاص می‌دهند و نسبت افرادی که به این استراتژی روی می‌آورند افزایش می‌یابد که نتیجه آن افزایش ثروت و تسلط بر بازار است. البته ژاو (۲۰۰۸) به صورت ضمنی بیان می‌کند که در کوتاه‌مدت به دلیل وجود عوامل مختلف تصمیم‌گیری در خصوص استراتژی غالب مشکل است، اما در بلندمدت تقریباً افراد به استراتژی فاندانتالایست‌ها وزن بیشتری را تخصیص می‌دهند و اعتقاد به بازگشت به قیمت بنیادی در بلندمدت وجود دارد.

در تحقیق دیگری که کیارلا و همکارانش (۲۰۱۱) انجام داده‌اند، آن‌ها به بررسی مدل دینامیکی با وجود عوامل تصادفی در مدل قطعی پایه پرداخته‌اند. در این تحقیق آن‌ها، مدل قطعی ارائه شده توسط کیارلا (۱۹۹۲) را به یک مدل تصادفی در چارچوب عوامل ناهمگن، برای قیمت بازار گسترش داده‌اند و به تحلیل سازگاری^۵ دینامیک‌های تصادفی تحت رویکردهای مستقیم و غیرمستقیم پرداخته‌اند.

در رویکرد روش مستقیم ایجاد مدل دینامیکی، عامل تصادفی^۶ از ابتدا در مدل قرار می‌گیرد و مدل تصادفی^۷ شکل می‌گیرد و تحلیل‌های نهایی بر روی همین مدل تصادفی صورت می‌پذیرد، اما در رویکرد غیرمستقیم، ابتدا مدل قطعی^۸ تعیین می‌گردد و به بررسی خروجی‌های مدل پرداخته شده و سپس عامل تصادفی وارد مدل خواهد شد.

کیارلا (۲۰۱۱) با استفاده از تحلیل انشعاب p_۹ به آزمایش تغییرات مقداری مقیاس‌های پایداری مدل تصادفی پرداخته است، او در تحقیق خود نشان داده است که برای یک مدل تصادفی ساده، زمانی که تاخیر زمانی ۱۰ چارتریست‌ها در خصوص شکل‌گیری انتظاراتشان در مورد روندهای قیمت از صفر فاصله داشته باشد، آن‌گاه نتایج مدل تصادفی بسیار شبیه و نزدیک به مدل قطعی

بدون عامل تصادفی است، اما زمانی که این تأخیر زمانی به سمت صفر میل می‌کند، به دلیل اینکه چارتریست‌ها وزن بیشتری را به تغییرات اخیر قیمتی نسبت می‌دهند، آنگاه مدل تصادفی نتایج بسیار متفاوتی از مدل قطعی ارائه خواهد کرد. بنابراین در این حالت امکان تغییرات شدید در محدوده پایدار و ایجاد انشعاب‌هایی جهت نمایش محدوده پایدار جدید به وجود می‌آید.

کیارلا و همکارانش (۲۰۱۱) با استفاده از روش‌های تصادفی میانگین‌گیری ۱۱ و تئوری انشعاب تصادفی، نشان دادند که مدل تصادفی، زمانی که تأخیر زمانی چارتریست‌ها در شکل‌گیری انتظاراتشان مخالف صفر است، رفتاری سازگار با مدل قطعی از خود نشان می‌دهد و زمانی که این تأخیر به سمت صفر میل می‌کند این سازگاری از بین خواهد رفت

۳- مدل‌های پژوهشی

بر اساس یک فرض اولیه، کل سرمایه‌گذاران بازار به دو گروه فاندامنتالیست و چارتریست تقسیم‌بندی شده‌اند که تحت عنوان عامل‌های^{۱۲} بازار (عامل فاندامنتالیست و عامل چارتریست) شناخته می‌شوند.

اگر r را به عنوان نرخ ثابت بدون ریسک سالیانه در نظر بگیریم آنگاه بازده ناخالص دارایی بدون ریسک به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R = 1 + r. \quad (1)$$

در صورتی که، k دوره‌ی معاملاتی پرداخت سود را در نظر بگیریم، آنگاه معادله‌ی زیر منتج می‌گردد:

$$R = 1 + \frac{r}{k} \quad (2)$$

به منظور محاسبه ثروت سرمایه‌گذار (عامل)، قیمت دارایی‌های موجود در سبد او را بدست می‌آوریم. فرض می‌کنیم که معامله‌گر h ام (فاندامنتالیست و چارتریست) در سبد خود دو نوع دارایی را نگه داری می‌کند؛ \bar{M}_i دارایی بدون ریسک و \bar{Z}_i دارایی ریسکی. بر این اساس قیمت دارایی ریسک را برابر P و قیمت دارایی بدون ریسک را برابر یک (واحد) در نظر می‌گیریم. به این ترتیب ثروت عامل h ام در زمان فعلی برابر معادله‌ی زیر می‌گردد:

$$PZ_h + M_h = W_{h,t} \equiv \bar{M}_h + P \bar{Z}_h. \quad (3)$$

که $W_{h,t}$ بیانگر ثروت عامل h م در زمان t است. در حقیقت این میزان پولی است که عامل h م در زمان t سرمایه‌گذاری کرده است. هر واحد از دارایی بدون ریسک R دلار را در پایان دوره می‌پردازد، در حالی که هر واحد از دارایی ریسکی u دلار را خواهد پرداخت. حال اگر فرض شود که عامل h م این مقدار دارایی را تا زمان $t+1$ در سبد خود نگهداری نماید، به عبارتی دیگر پرتفوی (M_h, Z_h) را در انتهای دوره داشته باشد آنگاه میزان سرمایه، عامل h م در زمان $t+1$ به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$W_{t+1,h} = R M_h + u Z_h. \quad (4)$$

حال با جایگذاری معادله ۳ در ۴، و با در نظر گرفتن $u = R_{t+1} = P_{t+1} + Y_{t+1}$ ، ثروت عامل h م برابر معادله‌ی زیر می‌گردد:

$$W_{h,t+1} = R W_{h,t} + Z_{h,t} (P_{t+1} + Y_{t+1} - RP). \quad (5)$$

که $(P_{t+1} + Y_{t+1} - RP)$ برآوردی از بازده سرمایه‌گذاری در دارایی ریسک در زمان $t+1$ است. پس از بدست آوردن معادله‌ی ثروت عامل در دوره‌ی بعد، سوال اساسی برآورد میزان Z_h (تعداد دارایی ریسکی نگه داشته از یک دوره به دوره‌ی بعد) است. بر این اساس به منظور برآورد میزان دارایی ریسکی نگه داشته توسط عامل h م، از تابع مطلوبیت سرمایه‌گذاران استفاده می‌شود. هر سرمایه‌گذار دارای تابع مطلوبیت $u(w_{t,h})$ است، که برای سادگی کار فرض می‌شود تمامی سرمایه‌گذاران دارای تابع مطلوبیت یکسان هستند. به این ترتیب تابع مطلوبیت کل به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$u(W_{h,t}) = -e^{-aW_{h,t}}. \quad (6)$$

$a > 0$

ضریب a در این معادله بیانگر سطح ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار است. بر اساس مطالعات انجام شده در خصوص مطلوبیت سرمایه‌گذاران، هر یک از عامل‌ها امید دارند که مطلوبیت خود را در سطوح

مختلف سرمایه و اطلاعات در دسترس، بیشینه^{۱۳} نمایند. بر این اساس با توجه به فرض نرمال استاندارد

$$Z_{h,t} = \frac{E(R_{t+1})}{\text{aVar}(R_{t+1})}. \quad (7)$$

سمت راست (7) نشان می‌دهد که تقاضای عامل با سطح ریسک‌گریزی مشخص، برای دارایی ریسکی، وابسته به میزان ثروت نیست.

نسبت عامل‌های فاندامنالیست و چارتیست

در این مقاله فرض شده است که دو نوع عامل که تحت عناوین فاندامنالیست و چارتیست شناخته می‌شوند در بازار وجود دارند. بر این اساس $q_{1,t}$ و $q_{2,t}$ به ترتیب نشان دهنده کسرهای فاندامنالیست و چارتیست در بازار است.

فرض می‌کنیم که هر کسر از عامل‌ها دارای یک بخش ثابت و یک بخش متغیر وابسته به زمان است. بر این اساس n_1 و n_2 را نسبت ثابت فاندامنالیست‌ها و چارتیست‌ها در نظر می‌گیریم. به این ترتیب (n_1+n_2) نشان دهنده نسبی از عامل‌ها است که طی زمان استراتژی خود را تغییر نمی‌دهند و این نسبت را ثابت نگه می‌دارند و از طرفی دیگر $1-(n_1+n_2)$ بخشی از معامله‌گران بوده که ممکن است از یک استراتژی به استراتژی دیگر تغییر حالت دهند.

بر این اساس می‌توان نسبت عامل‌های فاندامنالیست و چارتیست $(q_{1,t}, q_{2,t})$ را در زمان t به صورت زیر بیان نمود:

$$\begin{aligned} q_{1,t} &= n_1 + (1 - n_1 - n_2) n_{1,t}, \\ q_{2,t} &= n_2 + (1 - n_1 - n_2) n_{2,t}. \end{aligned} \quad (8)$$

در (8)، مقادیر $n_{1,t}$ و $n_{2,t}=1-n_{1,t}$ را نسبتی از فاندامنالیست‌ها و چارتیست‌ها (به ترتیب) در نظر می‌گیریم که استراتژی خود را بر اساس تابع مطلوبیت انتظاری طرفین، در زمان t تغییر می‌دهند. به منظور سادگی محاسبه متغیرها در (8) از تغییر متغیر زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} n_0 &= n_1 + n_2, \\ m_0 &= (n_1 - n_2) / n_0, \\ m_t &= n_{1,t} - n_{2,t}. \end{aligned} \quad (9)$$

حال با جایگذاری (۹) در (۸) می‌توان تعداد عامل‌ها در زمان t را به صورت زیر بیان نمود:

$$\begin{aligned} q_{1,t} &= \frac{1}{2} [n_0 (1 + m_0) + (1 - n_0) (1 + m_t)], \\ q_{2,t} &= \frac{1}{2} [n_0 (1 - m_0) + (1 - n_0) (1 - m_t)]. \end{aligned} \quad (10)$$

با فرض عرضه سهام خارجی برابر صفر، تقاضای بیش از حد در زمان t برای دارایی ریسکی، برابر $Z_{e,t}$ بوده که به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$Z_{e,t} = q_{1,t} Z_{1,t} + q_{2,t} Z_{2,t}. \quad (11)$$

با جایگذاری $Z_{h,t}$ در (۱۱) داریم:

$$z_{e,t} = q_{1,t} \frac{E_{1,t}(R_{t+1})}{a_1 \text{Var}_{1,t}(R_{t+1})} + q_{2,t} \frac{E_{2,t}(R_{t+1})}{a_2 \text{Var}_{2,t}(R_{t+1})}. \quad (12)$$

قیمت بازار در هر دوره زمانی توسط بازارساز^{۱۴} تعیین می‌گردد به این ترتیب که بازارساز با هدف پایاپای سازی بازار به اتخاذ موقعیت‌های خرید (فروش) زمانی که $Z_{e,t} < 0$ ($Z_{e,t} > 0$) می‌پردازد و قیمت دارایی ریسکی را در مسیر تقاضای یا عرضه بیش از حد تعدیل می‌کند. قانون تعیین قیمت توسط بازارساز به صورت زیر است:

$$P_{t+1} = P_t + \mu Z_{e,t}. \quad (13)$$

که در آن $\mu > 0$ نشان دهنده سرعت تعدیل قیمت است.

با در نظر گرفتن $\pi_{t,t+1}$ به عنوان سود شناسایی شده و بازده اضافی کسب شده از دوره t به دوره $t+1$ توسط عامل h ، می‌توان (۵)، در خصوص ثروت سرمایه‌گذار را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\pi_{h,t+1} = Z_{h,t} (P_{t+1} + Y_{t+1} - R P_t) = W_{h,t+1} - R W_{h,t}. \quad (14)$$

بر مبنای رویکرد بروک و هومز (۱۹۹۷ و ۱۹۹۸) فرض می‌کنیم نسبتی از معامله‌گران که بین استراتژی‌های فاندامنرال و چارتیست در دوره $t+1$ تغییر وضعیت می‌دهند را می‌توان بر اساس مدل انتخاب گسسته^{۱۵} که در معادله زیر بیان شده است محاسبه نمود:

$$n_{h,t+1} = \frac{\exp[\beta(\pi_{h,t+1} - c_h)]}{\sum_i \exp[\beta(\pi_{i,t+1} - c_i)]} \quad (15)$$

$h = 1, 2$

با توجه به موارد بیان شده، یک نکته می‌بایست مورد توجه قرار بگیرد که $m_{t+1} = n_{1,t+1} - n_{2,t+1}$ که در این صورت داریم:

$$m_{t+1} = \tanh \left\{ \frac{\beta}{2} [(\pi_{1,t+1} - \pi_{2,t+1}) - (c_1 - c_2)] \right\}. \quad (16)$$

بر این اساس، m_t به صورت زیر نتیجه می‌شود:

$$m_t = \tanh \left\{ \frac{\beta}{2} [(Z_{1,t-1} - Z_{2,t-1})(P_t + D_t - R P_{t-1}) - (c_1 - c_2)] \right\}. \quad (17)$$

انتظارات ناهمگن^{۱۶}

به منظور بیان دقیق‌تر مدل، لازم است مشخص شود که چارتهیست‌ها و فاندامن‌تالیست‌ها چگونه با انتظارات و عقاید خود در مورد قیمت دوره‌ی بعد را به روز می‌کنند. این در حالی است که چارتهیست‌ها از قانون روند خود تبعیت می‌کنند و در طرفی دیگر، فاندامن‌تالیست‌ها فرض می‌شود که دارای اطلاعات کافی از شرایط اقتصادی هستند و به طور کلی اعتقاد دارند که قیمت در بلندمدت به قیمت بنیادی تعیین شده بازخواهد گشت.

به منظور بیان دقیق‌تر، انتظارات عامل‌ها را به صورت زیر بیان می‌گردد:

➤ امید انتظاری فاندامن‌تالیست‌ها

امید انتظاری فاندامن‌تالیست‌ها از قیمت در دوره‌ی بعد به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

$$E_{1,t}(P_{t+1}) = \alpha_t P_{t+1}^{est} + (1 - \alpha_t) \bar{P}, \quad (18)$$

به طوری که $\bar{P} = \frac{\bar{y}}{(R-1)}$ قیمت بنیادی در بلندمدت بوده^{۱۷}، در حالی که P_{t+1}^{est} پیش‌بینی با فرض داشتن اطلاعات برتر^{۱۸} در مورد شرایط کلان اقتصادی است. حال با نگارش مجدد (۱۸) داریم:

$$E_{1,t}(P_{t+1} - P_t) = \alpha_t (P_{t+1}^{est} - P_t) + (1 - \alpha_t)(\bar{P} - P_t)$$

بر اساس (۱۸) می‌توان این‌طور بیان نمود که فاندامن‌تالیست‌ها تا حدی اطمینان دارند که قیمت در مسیر قیمت پیش‌بینی آن‌ها P_{t+1}^{est} (قیمت متأثر از شرایط اقتصادی) قرار خواهد گرفت و تاحدی اطمینان دارند که قیمت در بلندمدت به قیمت بنیادی باز خواهد گشت. وزنی که به هر یک از این دو بخش تخصیص یافته است وابسته به حالت سرمایه‌گذار می‌باشد. براین اساس، α_t به صورت زیر مدل می‌گردد:

$$\alpha_t = \exp \left[- \frac{(\bar{P} - P_t)^2}{s} \right], \quad (19)$$

به طوری که $s > 0$ مشخص‌کننده حساسیت فاندامن‌تالیست‌ها با توجه به قیمت‌گذاری اشتباه^{۱۹} مشاهده شده می‌باشد. مقدار کوچک s نمایانگر وزن بیشتر تخصیص یافته در حالت بازگشت به قیمت بنیادی است. البته زمانی که اطمینان در خصوص بازگشت به میانگین، اطمینان غالب باشد و همچنین بین قیمت بازار و قیمت بنیادی اختلاف زیادی وجود داشته باشد آن‌گاه فاندامن‌تالیست‌ها درجه اطمینان خود نسبت به حرکت قیمت در جهت P_{t+1}^{est} را کاهش می‌دهند. یک توجیه ممکن برای این فرض، تجربه‌ی فاندامن‌تالیست‌ها در خصوص بازگشت قیمت‌ها می‌باشد. البته این امکان وجود دارد که فاندامن‌تالیست‌ها؛ اول به دلیل وجود محدودیت‌هایی در خرید و فروش دارایی و سیستم‌های حمایتی مانند حدود نوسان و دوم اینکه آن‌ها می‌خواهند موقعیت خرید یا فروش خود را قبل از چار‌تیس‌ها تغییر دهند، اعتقاد داشته باشند که این اختلاف قیمت برای مدت زمان طولانی باقی نخواهد ماند. فاندامن‌تالیست‌ها اعتقاد دارند که فرض دسترسی به اطلاعات مهم اقتصادی، به آن‌ها مزیتی جهت برتری در تصمیم‌گیری نسبت به چار‌تیس‌ها ارائه می‌دهد.

بنابراین، امید بازده اضافی برای فاندامن‌تالیست‌ها به صورت زیر منتج می‌گردد:

$$E_{1,t}(R_{t+1}) = \bar{p}(R - \alpha_t) + \alpha_t p_{t+1}^{est} - R p_t. \quad (20)$$

➤ امید انتظاری چار티ست‌ها

چارتيست‌ها انتظارات قیمتی خود را به صورت زیر محاسبه می‌کنند:

$$E_{2,t}(P_{t+1}) = P_t + g(P_t - P_{t-1}), \quad (21)$$

در (۲۱)، $g \geq 0$ هست در صورتی که چارتيست‌ها در جهت روند حرکت نمایند و $g < 0$ در صورتی که خلاف جهت روند تصمیم‌گیری نمایند.

حال می‌توان بازده مورد انتظار چارتيست‌ها را به صورت زیر بیان نمود:

$$E_{2,t}(R_{t+1}) = (1 + g - R)P_t - gP_{t-1} + \bar{P}(R - 1). \quad (22)$$

به منظور سادگی فرض می‌شود که گشتاور دوم انتظارات هر دو گروه عامل‌ها برابر واریانس قیمت بوده و واریانس فرایند تقسیم سود با توزیع یکسان مستقل بوده که به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\begin{aligned} V_{1,t}(P_{t+1}) &= \sigma_1^2, \\ V_{2,t}(P_{t+1}) &= \sigma_2^2, \\ V_{h,t}(Y_{t+1}) &= \sigma_y^2. \end{aligned} \quad (23)$$

که در (۲۳)، $h=1,2$ معرف گروه‌های عامل‌ها (فاندامنتالیست و چارتيست) است. بر این اساس واریانس مربوط به هر گروه از عامل‌ها به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$V_{h,t}(R_{t+1}) = \sigma_h^2 + \sigma_y^2. \quad (24)$$

در انتها فرض می‌کنیم که قیمت بنیادی از حرکت گشت تصادفی تبعیت می‌کند، بر این اساس برای قیمت بنیادی داریم:

$$\begin{aligned} P_{t+1} &= \bar{P} + \eta_t, \\ \eta_t &\sim N(0, \sigma^2) \end{aligned} \quad (25)$$

سیستم دینامیکی^{۲۰}

با استفاده از امیدها و واریانس‌های بدست آمده برای عامل‌ها، می‌توان تابع تقاضای فاندامنتالیست‌ها و چارتيست‌ها را به صورت زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} Z_{1,t} &= \frac{\bar{P}(R - \alpha_t) + \alpha_t P_{t+1}^{est} - R P_t}{a_1(\sigma_1^2 + \sigma_y^2)}, \\ Z_{2,t} &= \frac{(1 + g - R)P_t - gP_{t-1} + \bar{P}(R - 1)}{a_1(\sigma_2^2 + \sigma_y^2)}. \end{aligned} \quad (26)$$

حال با استفاده از (۱۲) و (۲۶) و با جایگذاری در معادله تعیین قیمت توسط بازار ساز (۱۹)، معادله زیر حاصل می‌گردد:

$$P_{t+1} = P_t + \mu \{ A_1 [\bar{P}(R - \alpha_t) + \alpha_t P_{t+1}^{est} - R P_t] + A_2 [(1 + g - R)P_t - g P_{t-1} + \bar{P}(R - 1)] + \sigma_\varepsilon \varepsilon_t \}. \quad (27)$$

به طوری که:

$$A_1 = n_1 / [a_1(\sigma_1^2 + \sigma_y^2)],$$

$$A_2 = (1 - n_1) / [a_2(\sigma_2^2 + \sigma_y^2)]. \quad (28)$$

با توجه به اینکه فرض می‌شود P_{t+1}^{est} تخمین قیمت بر اساس دانش کامل^{۲۱} توسط فاندمنتالیست-ها است، بر این اساس امید انتظاری اختلاف (۲۷) از این مقدار به صورت $E_t(P_{t+1} - P_{t+1}^{est}) = 0$ برابر صفر می‌گردد.

بنابراین، با گرفتن امید از دو طرف (۲۷) و حل آن بر اساس P_{t+1}^{est} ، داریم:

$$P_{t+1}^{est} = \frac{P_t + \mu \{ A_1 [\bar{P}(R - \alpha_t) - R P_t] + A_2 [(1 + g - R)P_t - g P_{t-1} + \bar{P}(R - 1)] \}}{1 - \mu A_1 \alpha_t}. \quad (29)$$

حال با جایگذاری (۲۹) در (۲۷)، سیستم دینامیکی گسسته غیرخطی به صورت زیر حاصل می‌گردد:

$$P_{t+1} = \frac{P_t + \mu \{ A_1 [\bar{P}(R - \alpha_t) - R P_t] + A_2 [(1 + g - R)P_t - g Q_t + \bar{P}(R - 1)] \}}{1 - \mu A_1 \alpha_t} + \mu \sigma_\varepsilon \varepsilon_t, \quad (30)$$

$$Q_{t+1} = P_t.$$

به طوری که $\alpha_t = \alpha(P_t)$ که بر اساس (۱۹) محاسبه شده است.

تحلیل سیستم دینامیکی فوق با فرض $\sigma_\varepsilon = 0$ می‌باشد. بر این اساس بر روی بخش قطعی^{۲۲} مدل دینامیکی متمرکز می‌شویم.

نگاشت مدل و ویژگی‌های آن

با در نظر گرفتن نوفه^{۲۳} برابر صفر، سیستم دینامیکی قطعی سه بعدی، که از نگاشت سه بعدی مشتق می‌گردد به صورت زیر است:

$$(31) \quad \begin{cases} P_{t+1} = \frac{P_t + \mu \{A_1 [\bar{P}(R - \alpha_t) - RP_t] + A_2 [(1 + g - R)P_t - gQ_t + \bar{P}(R - 1)]\}}{1 - \mu A_1 \alpha_t}, \\ Q_{t+1} = P_t, \\ m_{t+1} = \tanh \left\{ \frac{\beta}{2} [(Z_1 - Z_2)(P_{t+1} + Y - RP_t) - C_1 + C_2] \right\}, \end{cases}$$

نگاشت ارائه شده دارای دو ویژگی اصلی می‌باشد. ویژگی اول پایداری (البته یکه) حالت پایدار هست، که در آن اثبات می‌شود که نقطه یکتای ثابت $P^* = (P^*, Q^*)$ در نگاشت، همان قیمت بنیادی $P^* = (\bar{P}, \bar{P})$ در بلندمدت می‌باشد (اثبات در پیوست ۱). ویژگی دوم، ویژگی تقارن است. این ویژگی نشان می‌دهد که نگاشت بالا نسبت به نقطه $P^* = (\bar{P}, \bar{P})$ متقارن است (پیوست ۳).

بیان وجود^{۲۴} و یگانه بودن^{۲۵} حالت پایدار^{۲۶} و تحلیل پایداری محلی آن در پیوست ارائه شده است. گزاره‌های این نگاشت به صورت زیر بیان می‌گردد.

I. نگاشت سه بعدی (۳۱) دارای یک محدوده پایدار بنیادی یکه $(\bar{P}, \bar{Q}, \bar{m}) \rightarrow (P, Q, m)$

با $\bar{P} = \bar{Y} / (R - 1)$ و $\bar{m} = \tanh(\beta(C_2 - C_1) / 2)$ است. در محدوده پایدار نسبت هر

یک از عامل‌ها به صورت (\bar{q}_1, \bar{q}_2) بیان می‌گردد.

$$\begin{aligned} \bar{q}_1 &= [n_0(1 + m_0) + (1 - n_0)(1 + \bar{m})] / 2, \\ \bar{q}_2 &= [n_0(1 - m_0) + (1 - n_0)(1 - \bar{m})] / 2. \end{aligned} \quad (32)$$

II. محدوده پایدار بنیادی Ω از فضای پارامتری (g, μ) که توسط اجتماع دو محدوده Ω_1

و Ω_2 بدست می‌آید، پایدار متقارن محلی است (اثبات محدوده پایدار در پیوست ۲). بر این اساس:

$$\begin{aligned}\Omega_F &= \{(g, \mu) : g \leq g_0, 0 < \mu < \mu_F(g)\}, \\ \Omega_N &= \{(g, \mu) : g > g_0, 0 < \mu < \mu_N(g)\},\end{aligned}\quad (33)$$

به طوری که

$$g_0 = \frac{r}{4} \left(\frac{A_1}{A_2} + 1 \right), \quad (34)$$

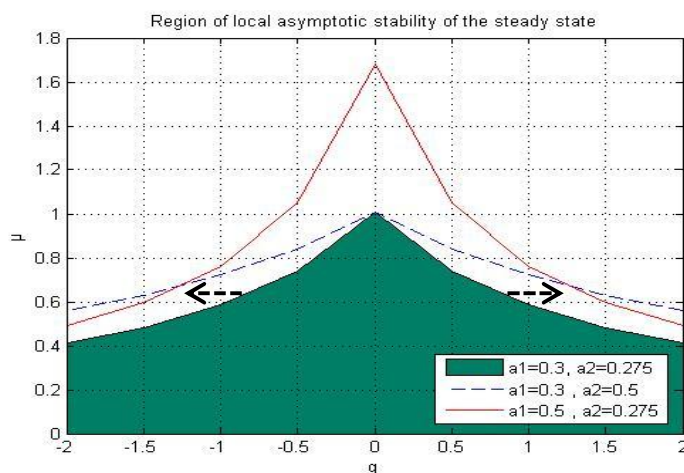
و

$$\mu_F(g) = \frac{1}{A_1 - A_2 g + \frac{r}{2}(A_1 + A_2)}, \quad (35)$$

$$\mu_N(g) = \frac{1}{A_1 + A_2 g}. \quad (36)$$

بر این اساس، انشعاب‌های هذلولی (۳۵) و (۳۶) که محدوده پایدار Ω را مشخص می‌نماید به ترتیب توسط منحنی انشعاب فلیپ (که در آن مقادیر ویژه ماتریس $J(\bar{p}, \bar{p})$ برابر ۱- و سایر مقادیر به صورت قدرمطلق کوچکتر از یک) و منحنی انشعاب نیمارک-ساگر (که در آن دو مقدار ویژه به صورت قدرمطلق برابر یک) محدود شده است.

در شکل ۲ یک محدوده پایدار در فضای (g, μ) تحت انتخاب پارامترها به صورت $n_1 = 0.6$ ، $n_2 = 0.4$ ، $a_1 = 0.3$ ، $a_2 = 0.275$ ، $r = 0.001$ ، $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 2$ و $\sigma_y^2 = 0.02$ با یک دید تحلیلی مشاهده می‌گردد که این محدوده پارامتر تحت تاثیر پارامترهای مختلفی می‌باشد. به طور مثال، همانطور که در Error! Reference source not found. نمایش داده شده است با افزایش سطح ریسک‌گریزی عامل‌ها (در حالی که سایر پارامترها ثابت باشند)، فضای پایدار Ω بزرگتر می‌گردد. به بیانی دیگر، سطح ریسک‌پذیری بالاتر، محدوده پایدار بزرگتری را در فضای (g, μ) در اختیار قرار می‌دهد که با قرار گرفتن در فضای پارامتری آن محدوده، انتظار بازگشت قیمت به قیمت بنیادی دور از انتظار نیست.



شکل ۱ محدوده پایدار متفاران محلی

۴- نتایج پژوهش

شبیه‌سازی عددی از رفتار دینامیک

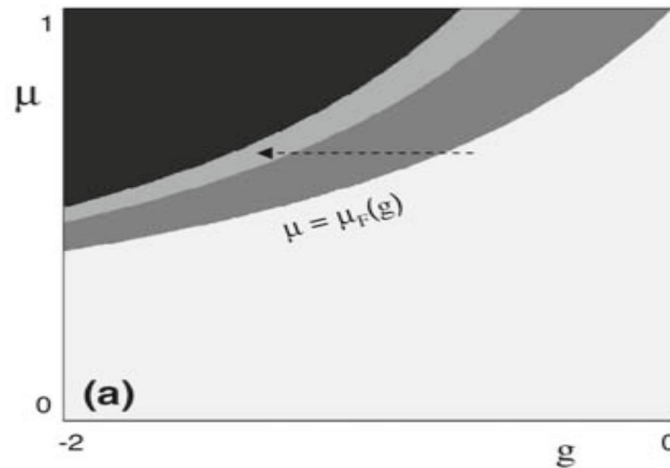
در این بخش به بررسی کمی دینامیک مدل در فضای پارامتری خواهیم پرداخت که در آن تعادل بنیادی به صورت محلی پایدار نمی‌باشد. در این قسمت تحلیل‌های انشعاب را عمدتاً بر اساس پارامتر g چارتیست‌ها انجام می‌دهیم. به طور کلی بر روی موقعیت‌هایی از جذب‌کننده‌های همزمانی^{۲۷} تمرکز می‌نماییم که اغلب برای هر دو رفتار چارتیست‌ها (حرکت در جهت روند و خلاف جهت روند) بیان می‌شود و نشان می‌دهیم که جذب‌کننده‌های همزمان، دینامیک‌های مجانبی متفاوتی از قیمت را با توجه به قیمت اولیه (p_0, q_0) نمایان می‌سازند. علاوه بر این، این تغییرات ممکن است ناشی از تغییرات تصادفی قیمت و بازدهی در حالت تصادفی مدل باشد. تغییرات ناشی از این پدیده‌ها را با استفاده از نمودارهای انشعاب در صفحه پارامتری (g, μ) و در نمودار فاز در صفحه (p, q) و همچنین نمایش خط سیر قیمت در بازه‌ی زمان بر اساس مقادیر مختلف g, μ بیان شده است.

بنابراین به منظور اجرای آزمایش، سایر پارامترهای مورد استفاده به صورت؛ $\bar{P}=100$ ، $S=3$ ، $n_1=0.6$ ، $n_2=0.4$ ، $m_0=0.2$ ، $a_1=0.3$ ، $a_2=0.275$ ، $R=1.001$ ، $\sigma_1^2=\sigma_2^2=2$ و $\sigma_y^2=0.02$ تعریف می‌گردد.

رفتار دینامیکی در شرایط وجود چارتیست‌های با تصمیم‌گیری در خلاف جهت روند

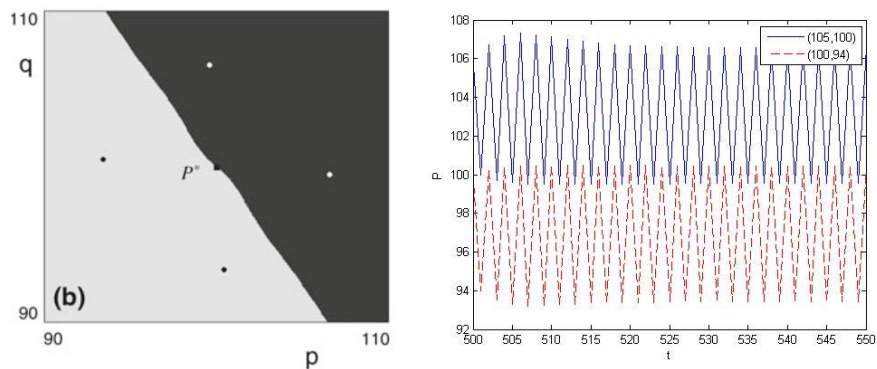
ابتدا به بررسی حالتی می‌پردازیم که $g < 0$ است، در این حالت چارتیست‌ها خلاف جهت روند رفتار می‌کنند و پایداری بر روی مرز انشعاب فلیپ زمانی که $|g|$ به اندازه کافی بزرگ می‌شود، از بین می‌رود. شکل ۲ انواع مختلفی از رفتار مجانبی سیستم در محدوده پارامترهای (g, μ) و $-2 < g < 0$ و $0 < \mu < 1$ با استفاده از محدوده‌های رنگی مختلف نمایش داده شده است. پیکان موجود در شکل ۲ یک مسیر انشعاب ممکن را نمایش می‌دهد در جهت آن پارامتر g (به صورت قدرمطلق) به مقدار زیادی افزایش می‌یابد. در حالی که پارامتر μ (سرعت عکس‌العمل به قیمت توسط بازارساز) مقداری ثابت و برابر $\mu = 0.65$ در نظر گرفته شده است.

محدوده سمت راست منحنی انشعاب فلیپ $\mu = \mu_F(g)$ قسمتی از محدوده پایدار است که با رنگ سفید نمایش داده شده است در حالی که محدوده خاکستری بالای منحنی انشعاب دارای دو چرخه متقارن متناوب با دوره ۲ در فضای فاز می‌باشد. در حقیقت، با حرکت در مسیر بردار مشخص در شکل ۲ با مقدار $g = -0.76035$ وارد محدوده خاکستری رنگ می‌شویم. که این اتفاق منجر به تولید دو چرخه پایدار تناوبی همزمان با دور ۲ می‌گردد. حال اگر این مسیر را ادامه دهیم و وارد منطقه مشکی رنگ شویم، پایداری از بین خواهد رفت و رفتاری واگرا مشاهده می‌گردد.



شکل ۲ انشعاب در فضای دوبعدی g و μ بالای مرز فلیپ

به منظور مشاهده نقاط جاذب همزمان، شکل ۳ (سمت چپ) را در فضای پارامتری (P, Q) با مقادیر پارامترهای $g = -0.85$ و $\mu = 0.65$ رسم می‌کنیم.



شکل ۳ چرخه‌های جاذب همزمان با تناوب ۲ (سمت چپ). محدوده‌های جاذب دو سری زمانی با شرایط اولیه یکسان و محدوده‌های جاذب متفاوت (سمت راست)

همانطور که از شکل ۳ (سمت چپ) مشاهده می‌گردد، شاهد دو محدوده با رنگ‌های مشکی و خاکستری هستیم. این تفاوت رنگ بیان‌کننده این موضوع است که در صورتی که قیمت سهم در هر یک از این دو فضا قرار گیرد (با توجه به مقادیر تعریف شده برای سایر پارامترها در قسمت قبل)، در همان محدوده رنگی خود نوسان می‌کند، که این نوسان در بلندمدت بین نقاط جاذب (نقاط نشان داده شده در هر یک از فضاها) و نزدیک به قیمت بنیادی اتفاق می‌افتد. در حقیقت رفتار بلندمدت قیمت، محدود به نقاط جاذب می‌گردد.

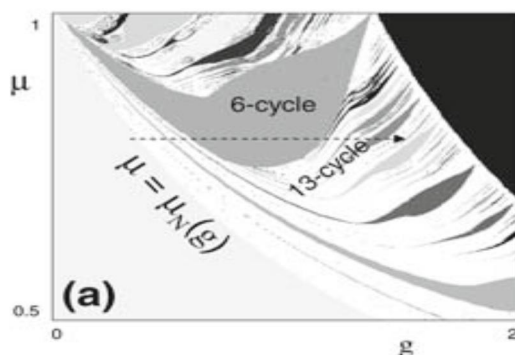
به منظور درک رفتار نقاط جاذب همزمان، به مشاهده رفتار قیمت در یک دوره‌ی زمان می‌پردازیم. این نکته قابل ذکر است که دو جذب‌کننده همزمان، منجر به بروز رفتارهای کیفی متفاوت دینامیکی در قیمت می‌شوند (با انتخاب قیمت اولیه در هر یک از فضاهای جاذب). به بیانی دیگر بر اساس شکل ۳ (سمت راست) با شروع از قیمت اولیه ۱۰۵، شاهد نوسانات در بالای قیمت بنیادی هستیم و در صورت شروع از قیمت ۹۹، این نوسانات بین نقاط جاذب و در پایین قیمت بنیادی قرار می‌گیرد). بر این اساس، همانطور که در تصویر مشاهده می‌شود، قیمت‌ها در بلندمدت دارای نوساناتی در بالا و پایین قیمت بنیادی هستند که این بسته به قیمت اولیه انتخابی می‌باشد. در انتها می‌توان این‌طور بیان کرد که ابتدا با استفاده از شکل ۲ مشخص کردیم که در فضای پارامتری همگرا با پارامترهای قرار داریم و در شکل ۳ مشاهده کردیم که در این محدوده‌های پایدار، محدوده‌های جاذب به همراه نقاط جاذبی وجود دارد که در صورت قرار گرفتن قیمت اولیه در هر یک از این محدوده‌ها، شاهد نوسانات قیمت محدود به نقاط جاذب می‌باشیم.

رفتار دینامیکی در شرایطی که چارتیست‌ها در جهت روند تصمیم‌گیری می‌کنند

در این قسمت فرض می‌کنیم که چارتیست‌ها در جهت روند تصمیم‌گیری می‌کنند، که در این حالت $g > 0$ بوده و پایداری از طریق انشعاب نیمارک-ساکر برای مقادیر بزرگ g از بین خواهد رفت. آنچه اغلب اتفاق می‌افتد این است که دینامیک‌های سیستم در بالای مرز نیمارک، در فضای پارامتری، ممکن است بسیار پیچیده باشد و این پیچیدگی امکان ایجاد چرخه‌هایی با دوره‌های متفاوت و یا بی‌نظمی را فراهم می‌آورد.

نمودار انشعاب دوبعدی در شکل ۴ دارای قسمت‌هایی با رنگ‌های متفاوت بر حسب رفتار مجانبی سیستم می‌باشد که در محدوده فضای پارامتری (g, μ) ، $0 < g < 2$ و $0.5 < \mu < 1$ ترسیم شده است.

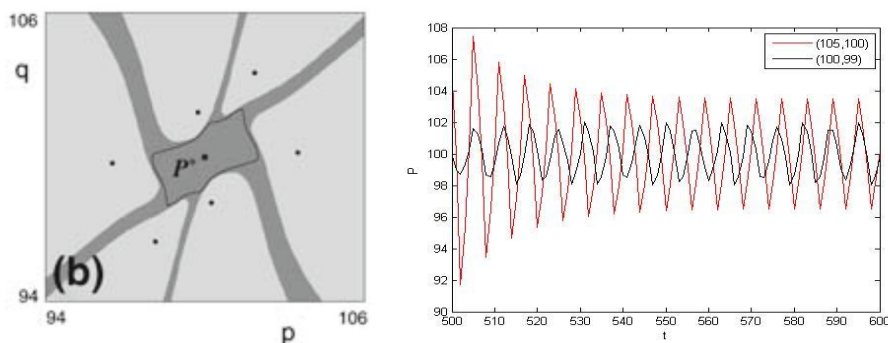
پیکان نمایش داده شده در شکل ۴، یک مسیر انشعاب را نمایش می‌دهد که در جهت آن، پارامتر g در حال افزایش است، در حالی که مقدار پارامتر μ مقداری ثابت و برابر $\mu = 0.8$ در نظر گرفته شده است. محدوده سمت چپ منحنی نیمارک-ساگر، $\mu = \mu_F(g)$ ، قسمتی از محدوده پایدار است، در حالی که محدوده مشکی گوشه سمت راست، محدوده ناپایدار و واگراست. محدوده‌های با رنگ‌های متفاوت، محدوده‌هایی با دوره‌های متفاوت می‌باشد که با توجه به تغییرات پارامترها و در نتیجه آن تغییرات منحنی نیمارک-ساگر ایجاد شده است.



شکل ۴ انشعاب در فضای دوبعدی g و μ بالای مرز نیمارک-ساگر

در شکل ۴ نقاط پارامتر در محدوده سفید بالای مرز نیمارک-ساگر، ممکن است مربوط به چرخه‌هایی با دور بالا، حرکت‌های شبه‌تناوبی در منحنی بسته ناورد^{۲۸} و یا مربوط به حرکت‌های نامنظم و پرهرج و مرج باشند. البته این نکته قابل ذکر است که شکل و اندازه منحنی‌ها با افزایش مقدار g تغییر می‌کند. به دلیل تغییرات زیاد، جذب کننده‌های همزمان ممکن است زمانی شناسایی گردند که یک نقطه در فضای پارامتر نزدیک مرز هر یک از محدوده‌ها قرار گیرد. بر این اساس منطقه‌ای که تحت عنوان چرخه-^{۲۹} مشخص شده است نمایانگر یک چرخه پایدار با تناوب

۶ می‌باشد. بر این اساس نزدیک به لبه سمت چپ محدوده، با $g = 0.6$ محدوده‌های جاذب همزمان در شکل ۵ (سمت چپ) نمایش داده شده است.

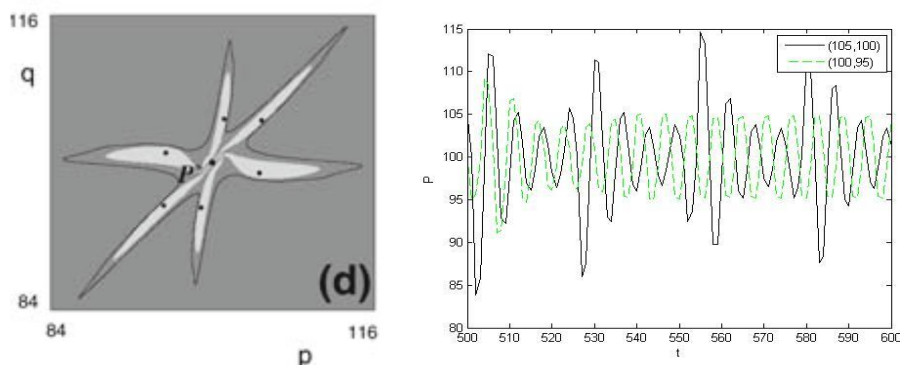


شکل ۵ چرخه‌های جاذب همزمان با تناوب ۶ و محدوده‌های جاذب (سمت چپ). دو سری زمانی با شرایط اولیه یکسان و محدوده‌های جاذب متفاوت با چرخه ۶ (سمت راست)

حال به منظور مشاهده تاثیر محدوده‌های جاذب، به رسم قیمت در برابر زمان می‌پردازیم (شکل ۵ سمت راست). همانطور که مشاهده می‌شود این دو سری زمانی قیمت، با شرایط اولیه یکسان و محدوده‌های جاذب متفاوت رسم شده‌اند. با توجه به این شکل، با شروع از قیمت (۱۰۰ و ۹۹) شاهد نوسانات کم‌تری نسبت به شروع از قیمت (۱۰۵ و ۱۰۰) می‌باشیم که این موضوع به خاطر شروع از محدوده‌های جاذب متفاوت و در ادامه آن مشاهده رفتارهایی متفاوت از عامل‌ها است. نکته قابل ذکر در خصوص قیمت (۱۰۵ و ۱۰۰) این است که بعد از مدتی کوتاه، نوسانات زیاد آن کاهش یافته و در محدوده مشخصی نوسان می‌کند.

با افزایش مقدار g به سطح $g = 1.1683$ ، در حالی که هنوز در همان محدوده با چرخه ۶ هستیم، مشاهده می‌کنیم که ساختار محدوده‌های جاذب تغییر می‌کند و تقریباً شکلی مشابه ستاره ایجاد می‌شود (شکل ۶). در این فضای جدید، محدوده‌های جاذب (خاکستری کم‌رنگ) در فضای محصور از انشعاب‌های مختلف (محدوده خاکستری پررنگ) قرار گرفته‌اند. در حقیقت با افزایش

مقدار g (افزایش میل چارتیست‌هایی که در جهت روند تصمیم‌گیری می‌کنند)، امکان تغییر شکل و اندازه حوضچه‌های جاذب دور از انتظار نیست.



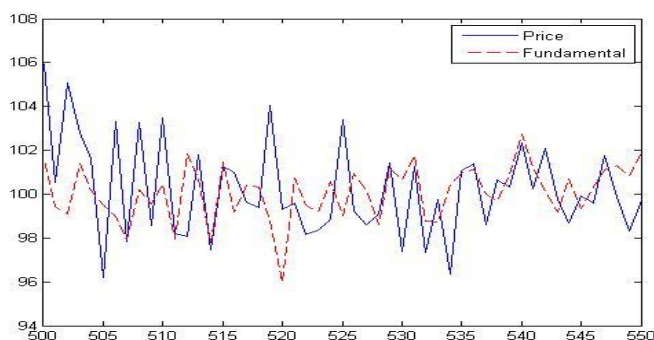
شکل ۶ چرخه جاذب با تناوب ۶ و محدود به یک فضای ستاره‌ای (سمت چپ). دو سری زمانی با شرایط اولیه یکسان و محدوده‌های جاذب متفاوت با چرخه ۶ (سمت راست)

شکل ستاره‌ای جاذب‌کننده‌ها، باعث نوسانات نامنظم با دامنه‌های مختلف شده است، که این حالت در شکل ۶ (سمت راست) نمایش داده شده است. در این شکل، دو سری زمانی قیمت با نقطه‌های شروع متفاوت از دو محدوده جاذب، رسم گردیده است. این شکل نشان می‌دهد با شروع از هر یک از محدوده‌های جاذب، شاهد رفتار نوسانی متفاوتی می‌باشیم. به بیانی دیگر، قرار گرفتن قیمت شروع سهام در هر کدام از مناطق جاذب، نقشی اساسی در پیش‌بینی رفتار قیمت ایفا می‌کند.

بدون پرداختن به جزئیات، از شکل‌های قبل مشاهده می‌گردد با افزایش مقدار g شاهد منحنی‌های ناوردای بسته‌تر می‌باشیم که این حاکی از دنباله‌ای پیچیده از انشعاب‌های سرتاسری مختلف می‌باشیم. که این نتایج در سطحی بسیار جزئی‌تر مشابه نتایج کاری است که آگلیاری (۲۰۰۵ و ۲۰۰۶) ارائه داده است. و به طور کلی مجذوب‌کننده‌های همزمان به تنهایی یکی از عوامل مهم نوسانات در اطراف قیمت بنیادی می‌باشند.

بررسی رفتار قیمت بنیادی و قیمت بازار

به منظور بررسی حالت تصادفی مدل، مسیر حرکتی قیمت بازار را با معادله $P_{t+1} = P_t + \mu z_{e,t} + \bar{\varepsilon}_t$ را در برابر قیمت بنیادی با معادله $P_{t+1} = \bar{P}_t + \eta_t$ در بعد زمان را بر اساس مقادیر؛ $\bar{P}=100$ ، $S=3$ ، $n_1=0.6$ ، $n_2=0.4$ ، $m_0=0.2$ ، $a_1=0.3$ ، $a_2=0.275$ ، $R=1.001$ ، $g = -0.85$ و $\mu = 0.65$ و $\alpha = 0.5$ رسم می‌کنیم. مقادیر تصادفی را به صورت $\bar{\varepsilon}_t \sim N(0,1)$ و $\eta_t \sim N(0,2)$ در نظر می‌گیریم



شکل ۷ مسیر حرکت قیمت بنیادی و قیمت بازار در طول زمانی

همانطور که از شکل ۷ مشاهده می‌گردد، با وجود اینکه در کوتاه‌مدت دو قیمت بنیادی و قیمت بازار گاهی اوقات از یکدیگر فاصله می‌گیرند و حتی دارای نوسانات بالایی می‌باشند، اما در بلندمدت شاهد بازگشت هر دو قیمت به سمت قیمت بنیادی می‌باشیم، که این نشان دهنده پایداری کلی سیستم در حالت بنیادی می‌باشد.

رفتار قیمتی بازار

این بخش را به عنوان تکمیل‌کننده موضوعات بیان شده در راستای دینامیک‌های رفتاری در نظر می‌گیریم. به منظور تعیین اثر مشترک حالت بازار^{۳۰} و انطباق تکاملی^{۳۱} بر روند قیمت سهم، به

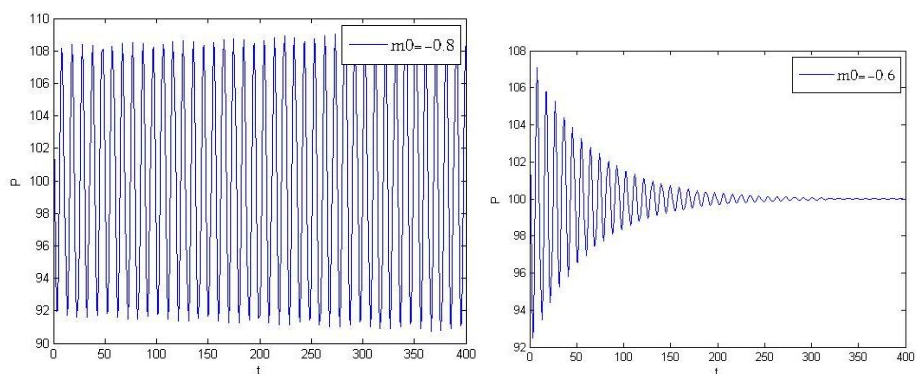
بررسی نقش پارامترهای m ، n (به عنوان پارامترهای بخش‌بندی بازار) می‌پردازیم. در حقیقت به نحوی حساسیت قیمت را به تغییر پارامترهای اصلی بیان می‌کنیم. در این بخش به منظور بررسی دقیق تاثیر حالت بازار و تغییر استراتژی عامل‌ها، مقدار α را ثابت در نظر می‌گیریم. همانطور که می‌دانیم حالت بازار و نسبتی از عامل‌ها که استراتژی خود را در طول زمان تغییر می‌دهند، تاثیر مهمی را در قیمت سهم ایجاد می‌کنند. در حقیقت تغییرات کوچک در n_0 و m_0 ممکن است موجب تغییر محدوده پایدار و بالاتر از آن، افزایش نوسانات و یا ناپایداری گردد. بر این اساس، در این قسمت با بیان دو سوال اساسی، نشان می‌دهیم که تغییرات کوچک مدل بازار که متأثر از تغییرات در روان‌شناسی بازار است، ممکن است باعث ایجاد تغییرات چشمگیری در رفتار قیمت بازار گردد.

نقش حالت بازار در رفتار قیمتی

بر این اساس، اولین سوال را این طور مطرح می‌کنیم؛ که آیا اصولاً یک تغییر کوچک در حالت بازار برای معامله‌گران فاندمنتال، باعث می‌شود هم‌چنان شرایط بازار پایدار باقی بماند و یا تغییر دیگری اتفاق خواهد افتاد؟

شرایطی اولیه‌ای که به صورت کلی برای این حالت در نظر می‌گیریم این است که درصد بالایی از عامل‌ها به صورت عقلایی تصمیم‌گیری می‌کنند و حالت بازار توسط عقاید چارتریست‌ها مشخص می‌گردد. پارامترهای مورد استفاده به صورت؛ $a_1=a_2=0.5$, $g=1.495$, $\mu=1$, $\beta=1$, $\sigma_1^2=\sigma_2^2=1.6$ ، همچنین مقدار α را مقداری ثابت و برابر $\alpha = 0.5$ قرار می‌دهیم، درصد عاملان با اطمینان بالا نسبت به استراتژی خودشان را برابر مقدار نسبتاً پایین $n_0 = 0.24$ در نظر می‌گیریم و با قرار دادن $m = -0.8$ عقاید چارتریست‌ها به عنوان عقاید غالب بازار می‌گردد. بر اساس مقادیر تعریف شده، می‌توان این طور بیان نمود آن بخش از بازار که متشکل از فاندمنتال‌ها (n_1) با اعتماد بالا به استراتژی خود می‌باشند تنها ۲۴٪ از کل جامعه را تشکیل می‌دهند، در حالی که این نسبت برای چارتریست‌های دنبال‌کننده روند برابر ۲۶٪ است.

حال به منظور پاسخ به سوال بیان شده و با در نظر گرفتن مقادیر پارامترهای تعریف شده، مقدار m_0 را از -0.8 به -0.6 با ثابت نگه داشتن سطح n_0 ، افزایش می دهیم. آن گاه نسبت n_1 مربوط به معامله گران فاندamental به مقدار بسیار کمی از $2/4\%$ به $4/8\%$ افزایش می یابد، در حالی که نسبت n_2 مربوط به چارتیست ها از 26% به $19/2\%$ کاهش خواهد یافت. شکل ۸ نشان دهنده خط سیرهای قیمت با مقادیر $m_0 = -0.6, m_0 = -0.8$ با شروع از قیمت اولیه یکسان می باشد.



شکل ۸ سری زمانی قیمت برای $m = -0/8$ (سمت چپ). سری زمانی قیمت برای $m = -0/6$ (سمت راست)

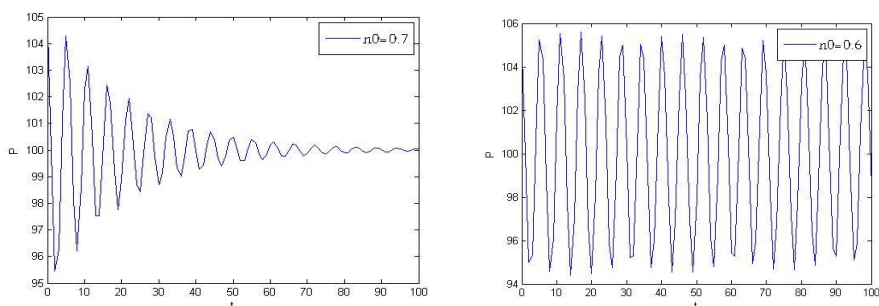
همانطور که از شکل ۸ مشخص است به ازای $m = -0.8$ بازار در شرایط ناپایداری قرار دارد و شاهد نوسانات بزرگ در خط سیر قیمت هستیم، اما یک افزایش بسیار کم معامله گران فاندamental با استفاده از تغییر m به -0.6 ، کافی است تا بازار پس از یک سری نوسانات همگرا به قیمت بنیادی شود، که این موضوع نشان می دهد که یک تغییر کوچک در حالت بازار شرایط نوسان و یا همگرایی آن را فراهم می آورد.

نقش سازگاری تکاملی در رفتار قیمتی

سوال دوم؛ این است که آیا افزایش کوچک در نسبت عامل‌های که استراتژی خود را با توجه به شرایط تغییر می‌دهند، می‌توانند بازار را از پایداری خارج کنند و یا بازار حساسیت زیادی نسبت به این تغییر ندارد؟ این سوال را در شرایطی پاسخ می‌دهیم که در صدبالیی از عامل‌ها دارای استراتژی ثابت هستند.

در این حالت به منظور بررسی نتایج، درصدی از عامل‌های منطقی که استراتژی خود را به روز می‌کنند، پایین در نظر می‌گیریم و حالت بازار توسط عقاید فاندامنالیست‌ها مشخص می‌گردد. پارامترهای مورد استفاده در این حالت به صورت: $a_1 = a_2 = 0.5$ ، $\alpha = 0.25$ ، $g = 2.5$ ، $\mu = 1$ ، $\beta = 1.5$ و $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 1.6$ می‌باشند. بخشی از عامل‌ها که دارای استراتژی ثابت هستند را مقدار بالای $n_0 = 0.7$ در نظر می‌گیریم و با قرار دادن $m_0 = 0.75$ ، عقاید فاندامنالیست‌ها بر بازار غالب می‌گردد. به این ترتیب، نسبت فاندامنالیست‌ها با اعتماد بالا نسبت به استراتژی خود (n_1) برابر $60/5\%$ از کل جامعه و این نسبت برای چارتهست‌ها (n_2) برابر 8% خواهد بود.

حال به منظور انجام تحلیل، مقدار پارامتر n_0 را از $0/7$ به $0/6$ ، با ثابت نگه داشتن سطح m_0 ، کاهش می‌دهیم. به این ترتیب نسبتی از عامل‌های منطقی که استراتژی خود را به روز می‌کنند، از مقدار 30% به 35% افزایش می‌یابد و در مقابل آن، نسبت فاندامنالیست‌ها و چارتهست‌های دارای اطمینان به استراتژی خود، به ترتیب از $60/5\%$ و 8% به $52/5\%$ و $7/5\%$ کاهش پیدا می‌کند. شکل ۹ نشان‌دهنده خط سیر قیمت با شروع از نقطه ابتدایی یکسان برای مقادیر $n_0 = 0.7$ و $n_0 = 0.6$ می‌باشد.



شکل ۹ سری زمانی قیمت برای $n_0=0.6$ (سمت چپ). سری زمانی قیمت برای $n_0=0.7$

همانطور که از شکل ۹ مشاهده می‌شود، به ازای $n = 0.7$ سری زمانی قیمت دارای نوساناتی می‌باشد که طی دوره زمانی مشخص، به سمت قیمت بنیادی میل می‌کند، اما یک کاهش بسیار کم در نسبت معامله‌گرانی که دارای اطمینان نسبت به استراتژی خود هستند ($n_1 + n_2$) به مقدار $n_0 = 0.6$ ، کافی است تا بازار را دچار نوسانات بزرگی نماید. در حقیقت کاهش اطمینان عاملها (به بیانی دیگر شک عاملها) نسبت به استراتژی خود و تلاش در جهت تغییر استراتژی معاملاتی، عاملی جهت به وجود آمدن نوسانات در بازار می‌گردد و حتی امکان دارد که قیمت در مسیری واگرا حرکت کند.

۵- نتیجه‌گیری و بحث

در این تحقیق یک مدل سه‌بعدی گسسته زمان از دینامیک‌های قیمت دارایی که متأثر از انتظارات عامل‌های ناهمگن دو گروه از معامله‌گران فاندamental و چارتیست بود، بر اساس قانون تعدیل قیمت بازارساز ارائه گردید.

بر اساس شاخصه‌های مربوط به فاندamentalیست‌ها، فرض شد که آن‌ها دارای اطلاعات دقیق‌تر در مورد شرایط کلان اقتصادی می‌باشند (که به نحوی این اطلاعات عقاید چارتیست‌ها را نیز شامل می‌گردد) و از این مزیت در جهت پیش‌بینی قیمت آینده استفاده می‌کنند. اما با این وجود در صورتی که فاصله بین قیمت بازار از قیمت بنیادی در طی زمان افزایش یابد، آن‌گاه فاندamentalها

وزن بیشتری را، در تحلیل خود، به بازگشت قیمت به قیمت بنیادی تخصیص می‌دهند. اگرچه این تنها عامل غیرخطی مدل است، اما این موضوع باعث می‌شود که مدل به صورت سراسری^{۳۲}، در شرایطی که حتی به صورت محلی ناپایدار است، پایدار باقی بماند و بر این اساس از حرکت قیمت در مسیرهای واگرا جلوگیری می‌شود و حرکت آن با حرکت‌های نوسانی بین محدوده‌های جاذب در فضای پارامتر جایگزین می‌گردد.

مدل توسعه داده شده در این تحقیق، با توجه به مجموعه پارامترهای تعریف شده و با توجه به خروجی‌های مشاهده شده، نشان داد که می‌تواند مجموعه کاملی از سناریوهای دینامیک بازار که متأثر از رفتار سرمایه‌گذاران و حالات آن‌ها می‌باشد، را پوشش دهد.

همچنین در این تحقیق نشان دادیم که عواملی همچون حالت بازار، که همان وزن هر استراتژی معاملاتی (چارتریست یا فاندامنالیست) در کل استراتژی‌های ثابت است، و نسبتی از معامله‌گران منطقی که استراتژی خود را تغییر می‌دهند، نقش مهمی در رفتار قیمت دارایی در بلندمدت ایفا می‌کنند. بر این اساس ما نشان دادیم که: (۱) یک تغییر کوچک در حالت بازار به سمت استراتژی فاندامنالی، می‌تواند پایداری و یا عکس آن ناپایداری بازار را به وجود آورد و (۲) یک تغییر کوچک در نسبت عامل‌های منطقی که استراتژی معاملاتی خود را تغییر می‌دهند، می‌تواند ناپایداری و یا عکس آن پایداری را در بازار به وجود آورد. در حقیقت در این حالت مدل یک ارتباطی بین روانشناسی بازار و رفتار بازار مالی را نشان می‌دهد.

در این تحقیق با ترکیب مالی رفتاری و سیستم دینامیک به توسعه یک مدل سه بعدی سیستم دینامیک گسسته زمان پرداختیم. یکی از موارد قابل توجه در این تحقیق، کمی کردن رفتار کیفی سرمایه‌گذاران بوده است. حال با هدف اینکه، مدل‌های کامل‌تری را بتوان در این زمینه ارائه نمود، موارد زیر را جهت انجام تحقیقات آتی پیشنهاد می‌دهیم:

- (۱) با توجه به اینکه مدل ارائه شده به صورت گسسته زمان بوده و از طرفی دیگر تغییرات قیمتی بازار به صورت پیوسته می‌باشد، یک پیشنهاد توسعه مدل در شرایط پیوسته زمان می‌باشد.
- (۲) مدل ارائه شده در این تحقیق به صورت مدلی قطعی بوده و بخش تصادفی در آن در نظر گرفته نشده است. بر این اساس با توجه رفتارهای متفاوت قیمت که تحت تاثیر پارامترهای مختلف رفتاری است، می‌توان با اضافه نمودن حالت تصادفی (Noise) به مدل، شرایط بازار را بهتر مدل نمود.

پیوست ۱: وجود و یکتایی محدوده پایدار

ابتدا به منظور اثبات این موضوع که $P^* = (\bar{P}, \bar{P})$ تنها حالت پایدار است، نگاهی را به صورت $(P', Q') = (P, Q) = (\bar{P}, \bar{P})$ قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} \bar{P} = \frac{\bar{P} + \mu \{A_1 [\bar{P}(R - \alpha(\bar{P})) - R\bar{P}] + A_2 [(1 + g - R)\bar{P} - g\bar{P} + \bar{P}(R - 1)]\}}{1 - \mu A_1 \alpha(\bar{P})}, \\ \bar{Q} = \bar{P}, \end{cases}$$

با حل دستگاه بالا به معادله زیر می‌رسیم:

$$\bar{P} = \frac{\bar{P} - \mu A_1 \bar{P}}{1 - \mu A_1} \Rightarrow \bar{P} = \bar{P}$$

که نشان می‌دهد، نقطه $P^* = (\bar{P}, \bar{P})$ یک نقطه یکتای پایدار است.

در مرحله بعد به منظور اینکه اثبات نماییم که حالت پایدار دیگری وجود ندارد یک نقطه ثابت

$\hat{P} = (\hat{P}, \hat{Q}) = (\hat{P}, \hat{P})$ از نگاهی که ممکن است از P^* متفاوت باشد را مشخص می‌نماییم. بر

این اساس \hat{P} بایستی:

$$\hat{P} = \frac{\hat{P} + \mu \{A_1 [\bar{P}(R - \alpha(\hat{P})) - R\hat{P}] + A_2 [(1 + g - R)\hat{P} - g\hat{P} + \bar{P}(R - 1)]\}}{1 - \mu A_1 \alpha(\hat{P})} \quad (37)$$

معادله بالا به سادگی به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\mu A_1 \alpha(\bar{P} - \hat{P}) = \mu(\bar{P} - \hat{P})[A_1 R + A_2(R - 1)]. \quad (38)$$

اگر $\hat{P} \neq \bar{P}$ در نظر بگیریم، آن‌گاه داریم:

$$\alpha(\hat{P}) = R + \frac{A_2}{A_1}(R - 1),$$

با توجه به اینکه مقدار $\alpha(\hat{P}) \in (0, 1]$ بوده و مقدار $R + \frac{A_2}{A_1}(R - 1) > R > 1$ است، بنابراین نقطه

$\hat{P} = P^*$ تنها نقطه ثابت نگاهی می‌باشد.

پیوست ۲: محدوده پایداری محلی

در این پیوست به بررسی پایداری محلی نقطه ثابت P^* بر اساس مقادیر ویژه ماتریس ژاکوبین از نگاشت در نقطه $P^* = (\bar{P}, \bar{P})$ می‌پردازیم:

$$J(\bar{P}, \bar{P}) = \begin{bmatrix} \frac{1 + \mu[A_2(g-r) - A_1(1+r)]}{1 - \mu A_1} & \frac{-\mu A_2 g}{1 - \mu A_1} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

حال با استفاده از قضیه راس^{۳۳} و با استفاده از چند جمله‌ای مشخصه $p(z) = z^2 - Trz + Det$ ؛ اثر ماتریس^{۳۴} و De ؛ دترمینان ماتریس) به بررسی شرایط پایداری محلی می‌پردازیم. یک شرط لازم و کافی این است که مقادیر ویژه $J(\bar{P}, \bar{P})$ به صورت قدر مطلق کوچکتر از یک باشد، که این شرط دلالت بر پایداری مجانبی محلی دارد. بر این اساس نامعادله‌های زیر بیان می‌گردد:

$$\begin{aligned} p(1) &= 1 - Tr + Det > 0, \\ p(-1) &= 1 + Tr + Det > 0, \\ p(0) &= 1 - Det > 0. \end{aligned} \quad (39)$$

حال می‌توان نامعادله‌ها را بر اساس پارامترهای مدل بازنویسی نمود. شرط اول از (۳۹) به صورت $\mu r(A_1 + A_2) / (1 - \mu A_1) > 0$ ساده سازی می‌گردد و با توجه به مثبت بودن صورت کسر، بایستی مخرج $(1 - \mu A_1) > 0$ باشد، که بر اساس آن $0 < \mu < 1/A_1$ می‌باشد. بر اساس شرط-های دوم و سوم (۳۹) داریم:

$$\mu \left[A_1 - A_2 g + \frac{r}{2}(A_1 + A_2) \right] < 1, \quad (40)$$

$$1 - \mu(A_1 + A_2 g) > 0. \quad (41)$$

نامعادله (۴۰) در شرایطی درست است که $g \geq \frac{r}{2} + (1 + \frac{r}{2}) \frac{A_1}{A_2}$ ، در حالی که در طرف مقابل آن

شرط $\mu < 1 / \left[A_1 - A_2 g + \frac{r}{2}(A_1 + A_2) \right]$ وجود دارد و شرط (۴۱) برای $\mu < 1 / (A_1 + A_2 g)$ بیان

می‌گردد. به این ترتیب محدوده پایدار Ω در فضای پارامتری (g, μ) ، از اجتماع دو محدوده Ω_F و Ω_N ایجاد می‌گردد. که بر اساس آن داریم:

$$\Omega_F = \{(g, \mu) : g \leq g_0, 0 < \mu < \mu_F(g)\},$$

$$\Omega_N = \{(g, \mu) : g > g_0, 0 < \mu < \mu_N(g)\},$$

پیوست ۳: ویژگی تقارن

این نکته قابل بیان است که نگاشت تعریف شده نسبت به نقطه $P^* = (\bar{P}, \bar{P})$ متقارن می‌باشد و این به دلیل آن است که نقاط متقارن (نسبت به P^*) تحت تکرار T به نقاط متقارن نگاشت می‌روند. به بیانی دیگر، چرخه T نیز نسبت به P^* متقارن است، که این دلالت بر افزایش جذب-کننده‌های همزمان دارد. بر این اساس اگر یک چرخه‌ای با دوره‌ای تصادفی وجود داشته باشد، آن-گاه ویژگی تقارن دلالت بر این دارد که، چرخه‌ای دیگر با همان تناوب (با ویژگی پایداری یکسان) بایستی وجود داشته باشد. اگر s را به صورت $S : (P, Q) \rightarrow (P^{(s)}, Q^{(s)})$ بیان کنیم، آن‌گاه تقارن با توجه به $P^* = (\bar{P}, \bar{P})$ به صورت زیر است:

$$S : \begin{cases} P^{(s)} = 2\bar{P} - P, \\ Q^{(s)} = 2\bar{P} - Q, \end{cases} \quad (42)$$

آن‌گاه ویژگی تقارن را می‌توان به صورت $T(S(P, Q)) = S(T(P, Q))$ به ازای هر (P, Q) را به صورت زیر بیان نمود:

$$(P^{(s)})' = 2\bar{P} - F(P, Q), \quad (43)$$

$$(Q^{(s)})' = 2\bar{P} - P. \quad (44)$$

حال اثبات می‌کنیم که شرایط تقارن برای تمامی (P, Q) صادق است. ابتدا با توجه به (۴۲) می‌توان $(Q^{(s)})' = P^{(s)}$ بازنویسی نمود) داریم: $(P^{(s)} - \bar{P}) = (\bar{P} - P)$ و $(P^{(s)} - Q^{(s)}) = (Q - P)$ ، در حالی که $\alpha(P^{(s)}) = \alpha(P)$ ، بنابراین:

$$\begin{aligned}
& F(P^{(s)}, Q^{(s)}) \\
&= \frac{P^{(s)} + \mu\{A_1[(\bar{P} - P^{(s)})R - \bar{P}\alpha(P^{(s)})] + A_2[(R-1)(\bar{P} - P^{(s)}) + g(P^{(s)} - Q^{(s)})]\}}{1 - \mu A_1 \alpha(P^{(s)})} \\
&= \frac{2\bar{P} - 2\bar{P}\alpha(P)\mu A_1}{1 - \mu A_1 \alpha(P)} - \frac{P - \mu\{A_1[(\bar{P} - P)R - \bar{P}\alpha(P)] + A_2[(R-1)(\bar{P} - P) + g(P - Q)]\}}{1 - \mu A_1 \alpha(P)} \\
&= 2\bar{P} - F(P, Q).
\end{aligned}$$

فهرست منابع

- * رهنمای رودپشتی، فریدون؛ حاجیهها، زهره؛ زارعی سودانی، علیرضا. (۱۳۸۷). کارکرد مالی رفتاری در تبیین پایگاه علمی برای تجزیه و تحلیل سهام؛ دانشگاه آزاد اسلامی
- * رهنمای رودپشتی، فریدون؛ زندیه، وحید، (۱۳۹۱)، مالی رفتاری و مالی عصبی (پارادایم نوین مالی)؛ انتشارات دانشگاه آزاد اسلامی، معاونت پژوهشی.
- * بودی، زوی؛ کین، الکس؛ مارکوس، آلان جی (۲۰۰۹). مدیریت سرمایه‌گذاری؛ ترجمه مجید شریعت‌پناهی، روح‌اله فرهادی، محمد ایمنی‌فر؛ انتشارات سازمان بورس، تهران، جلد اول، ویرایش هشتم.
- * سعیدی، علی؛ فراهانیان، محمد جواد (۱۳۹۰). مبانی اقتصاد و مالی رفتاری، انتشارات شرکت اطلاع‌رسانی خدمات بورس، تهران، چاپ اول.
- * Agliari, A., Bischi, G. I., & Gardini, L. (2006). Some methods for the global analysis of closed invariant curves in two-dimensional maps. In T. Puu & I. Sushko (Eds.), *Business cycle dynamics: Models and tools* (pp. 7–47). Berlin: Springer.
- * Agliari, A., Bischi, G. I., Dieci, R., & Gardini, L. (2005). Global bifurcations of closed invariant curves in two-dimensional maps: A computer assisted study. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 15, 1285–1328.
- * Böhm, V., & Chiarella, C. (2005). Mean variance preferences, expectations formation and the dynamics of random asset prices. *Mathematical Finance*, 15, 61–97.
- * Boyland, P. L. (1986). Bifurcations of circle maps: Arnold tongues, bistability and rotation intervals. *Communications in Mathematical Physics*, 106, 353–381.
- * Brock, W., & Hommes, C. H. (1997). A rational route to randomness. *Econometrica*, 65, 1059–1095.

- * Brock, W., & Hommes, C. H. (1998). Heterogeneous beliefs and routes to chaos in a simple asset pricing model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 22, 1235–1274.
- * Chiarella C., & Khomin, A. (2000). The dynamic interaction of rational fundamentalists and trend chasing chartists in a monetary economy. In D. Delli Gatti, M. Gallegati & A. Kirman (Eds.), *Interaction and market structure: Essays on heterogeneity in economics* (pp. 151–165). Berlin: Springer.
- * Chiarella, C. (1992). The dynamics of speculative behaviour. *Annals of Operations Research*, 37, 101–123.
- * Chiarella, C., & He, X.-Z. (2001). Heterogeneous beliefs, risk and learning in a simple asset pricing model. *Computational Economics*, 19, 95–132.
- * Chiarella, C., & He, X.-Z. (2003). Heterogeneous beliefs, risk and learning in a simple asset pricing model with a market maker. *Macroeconomic Dynamics*, 7, 503–536.
- * Chiarella, C., Dieci, R., Gardini, L., Sbragia, L.(2008). *A model of financial market dynamics with heterogeneous beliefs and state-dependent confidence*. Springer Science&Business Media, LLC. 2008
- * Chiarella, C., Dieci, R., Xue-Zhong He. (2007). Heterogeneous Expectations and Speculative Behavior in a dynamic multi-asset Framework. *Journal of Economic Behavior & Organization*.
- * Chiarella,C., Xue-Zhong, He., Min Zheng., (2011). An analysis of the effect of noise in a heterogeneous agent financial market. *Jornal of economic dynamics&control*35, 148-162.
- * Daniel Kahneman and Amos Tversky, (1979), *Prospect Theory: An Analysis of Decisions under Risk*, *Econometrica* 47: 313–27
- * Daniel Kahneman and Mark Riepe, “Aspects of Investor Psychology: Beliefs, Preferences, and Biases Investment Advisors Should Know About,” *Journal of Portfolio Management* 24 (1998): 52–65
- * Daniel Kahneman, Paul Slovic, and Amos Tversky,(1982), *Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases*. New York: Cambridge University Press.
- * Day, R. H., & Huang,W. (1990). Bulls, bears and market sheep. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 14, 299–329.
- * De Grauwe, P., Dewachter, H., & Embrechts, M. (1993). *Exchange rate theories. Chaotic models of the foreign exchange market*. Oxford: Blackwell.
- * Dieci,R., Laura,G., Xue-Zhong, He.,(2007). Market mood, adaptive beliefs and asset price dynamics. *Quantitative finance research centre*.
- * Föllmer, H., Horst, U., & Kirman, A. (2005). Equilibria in financial markets with heterogeneous agents: A probabilistic perspective. *Journal of Mathematical Economics*, 41, 123–155.

- * Gaunersdorfer, A., Hommes, C. H., & Wagener, F. (2003). Bifurcation routes to volatility clustering under evolutionary learning. Technical Report No. 03-03, CeNDEF, University of Amsterdam.
- * Grossman, S.J., Stiglitz, J.E., (1980). On the impossibility of informationally efficient markets. *The American Economic Review*.
- * H. Raiffa, (1968), *Decision Analysis: Introductory Lectures on Choices under Uncertainty* (Reading, MA: Addison-Wesley)
- * *Handbook of computational economics, volume 2: Agent-based computational economics* (pp. 1187–1234). Amsterdam: North-Holland.
- * Hommes, C. H. (2006). Heterogeneous agent models in economics and finance. In K. L. Judd & L. Tesfatsion (Eds.), *Handbook of computational economics, volume 2: Agent-based computational economics* (pp. 1109–1186). Amsterdam: North-Holland.
- * Hommes, C. H., Huang, H., & Wang, D. (2005). A robust rational route to randomness in a simple asset pricing model. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 29, 1043–1072.
- * LeBaron, B. (2006). Agent-based computational finance. In K. L. Judd & L. Tesfatsion (Eds.),

یادداشت‌ها

- ¹ Chiarella
- ² Khomin
- ³ Zhong
- ⁴ Dominance
- ⁵ Consistency
- ⁶ Noise
- ⁷ Stochastic
- ⁸ Deterministic
- ⁹ P-bifurcation
- ¹⁰ Time Lag
- ¹¹ Averaging
- ¹² Agents
- ¹³ Maximize
- ¹⁴ Market Maker
- ¹⁵ Discrete-choice Model
- ¹⁶ Heterogeneous Expectation
- ¹⁷ قیمت بنیادی محاسبه شده از طریق فرمول تنزیل سود نقدی
- ¹⁸ Superior Information
- ¹⁹ Mispricing
- ²⁰ The Dynamical System
- ²¹ Full Knowledge
- ²² Deterministic
- ²³ Noise
- ²⁴ Existence
- ²⁵ Uniqueness
- ²⁶ Steady-State
- ²⁷ Coexisting Attractors
- ²⁸ Invariant
- ²⁹ 6-Cycle
- ³⁰ Market Mood
- ³¹ Evolutionary Adaption
- ³² Globally
- ³³ Routh
- ³⁴ Trace