



برنامه ریزی آرمانی مینیماکس در مسئله چندهدفه انتخاب سبد سرمایه گذاری در شرایط تصادفی

ندا کریمیان^۱

مصطفی عابدزاده^۲

تاریخ پذیرش: ۹۱/۶/۲۰

تاریخ دریافت: ۹۱/۲/۱۰

چکیده

مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری یکی از مهمترین حوزه های تصمیم گیری مالی است. به طور کلی در مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری تصمیم گیرنده به چندین هدف از قبیل بازده سالیانه، سود تقسیم شده سهام سالیانه و ریسک توجه می کند. تکنیک های برنامه ریزی چند هدفه از قبیل ϵ - محدودیت، توابع مطلوبیت و برنامه ریزی آرمانی برای انتخاب رضایت بخش ترین سبد سرمایه گذاری به کار گرفته می شوند. در این مقاله، فرض بر این است که برخی پارامترهای ورودی مسئله از قبیل بازده سهام تصادفی هستند و توزیع نرمال دارند سپس متدهای احتمالی مانند برنامه ریزی تصادفی مقید را به موازات روش برنامه ریزی آرمانی مینیماکس به کار گرفته و مدل برنامه ریزی آرمانی تصادفی مقید به عنوان یک تبدیل قطعی مدل انتخاب سبد سرمایه گذاری چندهدفه تصادفی ارائه می گردد. در پایان برنامه مطرح شده با نمونه ای از ۲۰ سهم شاخص صنعتی داو جونز ارائه می گردد. نتایج پژوهش نشان می دهد که مدل برنامه ریزی آرمانی چندهدفه محدود شده تصادفی جهت انتخاب سبد سرمایه گذاری در شرایط تصادفی، سودمند است.

واژه های کلیدی: انتخاب سبد سرمایه گذاری، برنامه ریزی آرمانی مینیماکس، چندهدفه، شرایط تصادفی، برنامه ریزی تصادفی.

۱- کارشناسی ارشد مهندسی مالی از دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی. nd.karimian@gmail.com

۲- استادیار دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی. abedzadeh@kntu.ac.ir

۱- مقدمه

دردنیای سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذاران می‌خواهند بالاترین بازده مورد انتظار را از سبد سرمایه‌گذاری بدست بیاورند. نرخ بازده مورد انتظار به سطح دامنه تغییرات ریسک بستگی دارد. بازده مورد انتظار سبد سرمایه‌گذاری سهام ترکیبی از سود و بازده‌های قیمت می‌باشد.

انتخاب سبد سرمایه‌گذاری و تجزیه و تحلیل اوراق بهادار همیشه یک بخش حیاتی در تصمیم‌گیری است. با توجه به اینکه عدم قطعیت در شرایط اقتصادی، نقشی کلیدی را در تصمیم‌گیری‌های مالی به‌ویژه مسائل انتخاب سبد سرمایه‌گذاری بازی می‌کند باید تکنیک‌های بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری را در کنار تکنیک‌های برنامه‌ریزی تصادفی مطالعه نمود. هدف مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی مینیمم‌کردن ریسک می‌باشد در این صورت می‌توان مدل‌های مورد نیاز را برای سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز توسعه داد که در این مقاله برای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری در شرایط تصادفی به عنوان هدف مدنظر قرار گرفته است تا با پاسخ به سوال تحقیق شواهد لازم ارائه کند.

هدف این مقاله ارائه یک مدل انتخاب سبد سرمایه‌گذاری در شرایطی است که برخی پارامترهای ورودی مسئله تصادفی است و چند هدف مورد نظر تصمیم‌گیرنده می‌باشد که در آن روش برنامه‌ریزی آرمانی مینیماکس^۱ و برنامه‌ریزی تصادفی مقید ترکیب می‌شود و مدل برنامه‌ریزی آرمانی تصادفی مقید^۲ برای برنامه‌ریزی چند هدفه تصادفی ارائه می‌گردد. در بخش ۳، یعنی روش شناسی پژوهش، ابتدا روش برنامه‌ریزی آرمانی مینیماکس به عنوان یکی از روش‌های برنامه‌ریزی چندهدفه و رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی مقید از تکنیک‌های برنامه‌ریزی تصادفی توضیح داده می‌شود، سپس مدل برنامه‌ریزی آرمانی تصادفی مقید که از ترکیب دو رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی مینیماکس و رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی مقید بدست می‌آید معرفی می‌گردد سپس یک مطالعه موردی بر مدل پیشنهادی با یک نمونه انتخابی از ۲۰ سهم انجام می‌شود که به عنوان نتایج ارائه شده است. در بخش پایانی نتیجه‌گیری بیان خواهد شد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

تئوری بنیادی انتخاب سبد سرمایه‌گذاری ابتدا توسط مارکوویتز^۳ (۱۹۵۲) مطرح شد. مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری بر مبنای یک مدل تک‌دوره‌ای سرمایه‌گذاری قرار دارد. سرمایه‌گذار باید سرمایه خود را میان اوراق بهادار مختلف توزیع کند. معمولاً، چندین محدودیت سیستمی به عنوان فرض در نظر گرفته می‌شود. یکی از آن‌ها این است که نسبت سرمایه‌گذاری شده در هر ورقه بهادار غیرمنفی است (اگریکزاک^۴، ۲۰۰۰).

روش میانگین- واریانس^۵ مارکویتز(۱۹۵۲) در انتخاب سبد سرمایه گذاری برای فعالیت های تحقیقاتی محوری و به عنوان یک اصل برای توسعه تئوری مالی مدرن مناسب بوده‌است. در ادبیات چندین الگوریتم از قبیل آن‌هایی که توسط شارپ^۶ (۱۹۶۳، ۱۹۶۷) و آل‌تن و دیگران^۷ (۱۹۷۶) مطرح شدند برای خطی کردن و بهبود محاسبه کارایی مدل کواریانس مارکویتز ایجاد شدند (نروکی و کارتر^۸، ۱۹۹۸، و شینگ و ناگاساوا^۹، ۱۹۹۹).

مدل مارکویتز بصورت ناکارآمد در برابر مدل‌های متعارف ترجیحات برای انتخاب تحت ریسک مورد انتقاد قرار گرفت (بل و ریفا^{۱۰}، ۱۹۹۸). لوی^{۱۱} (۱۹۹۲) تاکید کرد که مدل‌های منطبق با ترجیحات مبتنی بر رابطه نفوذ تصادفی یا تئوری مطلوبیت مورد انتظار هستند. به این دلیل، بالسترو و رومرو^{۱۲} (۱۹۹۶) ماکسیمم کردن مطلوبیت بازده‌های مورد انتظار سرمایه‌گذار را روی مرکز کارا^{۱۳} پیشنهاد کردند.

لای^{۱۴} (۱۹۹۱) و پرکش و دیگران^{۱۵} (۲۰۰۳) گشتاورهای بالاتر و بویژه چولگی را در یک برنامه‌ریزی آرمانی چند جمله‌ای^{۱۶} وارد کردند. پس مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری را می‌توان به عنوان یک برنامه ریاضی چند هدفه^{۱۷} تلقی کرد.

در بسیاری از موضوعات تصمیم‌گیری، تصمیم‌گیرنده به آسانی و صریحاً می‌تواند مقادیر بعضی پارامترها را بدست آورد. برخی از این مقادیر در مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری تصادفی هستند (ایونی و دیگران^{۱۸}، ۲۰۰۵). برنامه‌ریزی تصادفی و مخصوصاً مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی چند هدفه^{۱۹} را هنگام مواجهه با چنین مشکلاتی می‌توان استفاده نمود (بن عبدالعزیز و دیگران^{۲۰}، ۱۹۹۹، ۱۹۹۵)، (بن عبدالعزیز و مجری^{۲۱}، ۲۰۰۱)، (زیمبا و مولوی^{۲۲}، ۱۹۹۸) و (بن عبدالعزیز و دیگران^{۲۳}، ۲۰۰۷).

چندین رویکرد برای حل مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی مطرح شده است از قبیل رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی دو مرحله‌ای^{۲۳} و رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی مقید^{۲۴} که توسط چارنز و کوپر^{۲۵} (۱۹۶۳، ۱۹۵۸) توسعه داده شده است.

میان کاربردهای برنامه‌ریزی تصادفی چندهدفه در انتخاب سبد سرمایه گذاری، اگریکزاک (۲۰۰۰) مدل مارکویتز را با توسعه یک برنامه‌ریزی خطی آرمانی چند معیاره^{۲۶} گسترش داد. در مدل مطرح شده توسط شینگ و ناگاساوا (۱۹۹۹) میانگین و واریانس بازده اوراق بهادار چندین سناریو با احتمالات مشخص دارد.

بالسترو (۲۰۰۱) فرمولی از برنامه‌ریزی آرمانی تصادفی^{۲۷} بر مبنای تابع مطلوبیت و مدل میانگین- واریانس مطرح کرد. میولمن و دیگران^{۲۸} (۱۹۷۸) یک فرمول برنامه‌ریزی خطی چندهدفه تصادفی را برای مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری تحت شرایط عدم قطعیت توسعه

دادند. تمیز و دیگران.^{۲۹} (۱۹۹۶) یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی دو مرحله‌ای برای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری ارائه دادند. ایونی و دیگران. (۲۰۰۵) ترجیحات تصمیم‌گیرنده و برنامه ریزی تصادفی مقید تعدیل شده را برای مدل برنامه ریزی آرمانی تصادفی به وضوح مطرح کردند.

۳- روش شناسی تحقیق

در تحقیق حاضر از روش ریاضی برنامه ریزی آرمانی مینیماکس استفاده شده و در قالب یک مطالعه موردی آزمون و نتایج آن ارائه شده است.

۳-۱- مروری بر برخی تکنیک‌های برنامه ریزی تصادفی و چندهدفه

۳-۱-۱- روش برنامه ریزی آرمانی مینیماکس

برنامه ریزی آرمانی، برای اولین بار در کاربردی از مسئله برنامه ریزی خطی تک هدفه توسط چارلز و دیگران. (۱۹۵۵) ارائه شد. رومرو (۱۹۹۱) مرور کاملی از تکنیک‌های برنامه ریزی آرمانی ارائه نموده است و کاربردهای فراوانی را برای استفاده از این تکنیک‌ها در مهندسی مطرح کرده است. ایده اصلی برنامه ریزی آرمانی، یافتن جواب‌هایی است که آرمان‌هایی از پیش تعیین شده یک یا چندهدفه را برآورده نماید. در صورتی که هیچ جوابی با این شرایط وجود نداشته باشد باید به یافتن جواب‌هایی پرداخت که انحراف از اهداف را کمینه نماید. در برنامه ریزی آرمانی مینیماکس، بیشینه انحرافات از آرمان‌ها و بیشینه انحراف هر هدف از آرمان کمینه گردد.

$$\begin{aligned} \min d & \quad (1) \\ \text{Subject to:} & \\ f_i(x) + \delta_i^- - \delta_i^+ = g_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m & \quad (1-3) \\ g_k(x) \geq 0 \quad \forall k = 1, 2, \dots, K & \\ x \in X & \\ \delta_i^-, \delta_i^+ \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, m & \end{aligned}$$

$f_i(x) = \sum_{j=1}^n c_{ij}x_j$ سطح دستیابی هدف i می‌باشد. g_i سطح آرمانی مرتبط به هدف i را نشان می‌دهد. در این مقاله این مقادیر از بهینه‌سازی مسئله تک هدفه حاصل می‌شود. δ_i^-, δ_i^+ به ترتیب مقادیر انحراف مثبت و منفی را نشان می‌دهد. پارامتر d ، بیشینه انحراف در آرمان است.

۳-۱-۲- برنامه‌ریزی تصادفی

در بسیاری از مسائل دنیای واقعی، عدم قطعیت مرتبط با یک یا چند پارامتر را می‌توان بوسیله توزیع‌های احتمالی مدل‌بندی کرد. دو رویکرد اصلی برای حل برنامه‌ریزی تصادفی استفاده می‌شود که عبارتند از رویکرد بازگشتی^{۳۰} و رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی مقید. رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی مقید عبارتست از ماکسیم کردن (مینیم کردن) مقدار موردانتظار اهداف درحالی‌که درجه معینی از امکان‌پذیری برای محدودیت‌های تصادفی در نظر گرفته شود.

فرض کنید a_{kj} و c_{ij} عناصر ماتریس تصادفی و b_k عناصر یک بردار تصادفی دارای توزیع نرمال با میانگین و واریانس معلوم هستند. برنامه‌ریزی تصادفی چند هدفه را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\max \sum_{j=1}^n c_{ij}x_j \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad (2)$$

Subject to:

$$\sum_{j=1}^n a_{kj}x_j \leq b_k \quad \forall k = 1, 2, \dots, K \quad (2-3)$$

$x \in X$

با رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی مقید، برنامه تصادفی چندهدفه فوق به یک برنامه قطعی چندهدفه تبدیل می‌شود (پری کپا، ۱۹۹۵):

$$\max E(\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j) \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

Subject to:

$$\text{Prob}(\sum_{j=1}^n a_{kj}x_j \leq b_k) \geq \alpha_k \quad \alpha_k \in (0,1) \quad \forall k = 1, 2, \dots, K \quad (3-3)$$

$x \in X$

$E(\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j)$ بردار مورد انتظار اهداف می‌باشد و α_k سطح اطمینان محدودیت هاست که توسط تصمیم‌گیرنده تعیین می‌شود.

۴- نتایج پژوهش

در این بخش، مدل قطعی معادل برای مسئله چندهدفه تصادفی برمبنای رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی مقید و برنامه‌ریزی آرمانی مینیماکس به‌عنوان یافته‌های پژوهش ارائه می‌شود. در زیر بخش بعدی چگونگی تبدیل محدودیت‌ها و اهداف تصادفی به معادل قطعی بیان می‌گردد.

۴-۱- محدودیت‌ها و اهداف تصادفی

برای تبدیل محدودیت‌های تصادفی (۳-۳) به معادل قطعی آن‌ها فرض کنید:

$$h_k(x) = \sum_{j=1}^n a_{kj}x_j - b_k$$

$h_k(x)$ دارای توزیع نرمال با میانگین $E(h_k(x))$ و انحراف استاندارد $\sigma(h_k(x))$ می‌باشد.

$$P(h_k(x) \leq 0) \geq \alpha_k \quad \alpha_k \in (0,1) \quad \forall k = 1, 2, \dots, K$$

$$P\left(\frac{h_k(x) - E(h_k(x))}{\sigma(h_k(x))} \leq \frac{-E(h_k(x))}{\sigma(h_k(x))}\right) \geq \alpha_k \quad \alpha_k \in (0,1) \quad \forall k = 1, 2, \dots, K$$

$$\frac{-E(h_k(x))}{\sigma(h_k(x))} \geq F^{-1}(\alpha_k) \quad \alpha_k \in (0,1) \quad \forall k = 1, 2, \dots, K$$

$$F^{-1}(\alpha_k) \sigma(h_k(x)) + E(h_k(x)) \leq 0 \quad \alpha_k \in (0,1) \quad \forall k = 1, 2, \dots, K$$

در نتیجه داریم:

$$E\left(\sum_{j=1}^n a_{kj}x_j - b_k\right) + F^{-1}(\alpha_k)\sigma\left(\sum_{j=1}^n a_{kj}x_j - b_k\right) \leq 0 \quad \alpha_k \in (0,1) \quad \forall k = 1, 2, \dots, K \quad (4-3)$$

برای تبدیل اهداف تصادفی به محدودیت های معادل قطعی اگر

$$g_i^* = \max \sum_{j=1}^n E(c_{ij})x_j \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

در نتیجه

$$\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j \geq g_i^* \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\text{Prob}\left(\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j \geq g_i^*\right) \geq \alpha_i \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1, \dots, m$$

$$I_i(x) = \sum_{j=1}^n c_{ij}x_j - g_i^*$$

$I_i(x)$ دارای توزیع نرمال با میانگین $E(I_i(x))$ و انحراف استاندارد $\sigma(I_i(x))$ می‌باشد.

$$P(I_i(x) \geq 0) \geq \alpha_i \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$P\left(\frac{I_i(x) - E(I_i(x))}{\sigma(I_i(x))} \geq \frac{-E(I_i(x))}{\sigma(I_i(x))}\right) \geq \alpha_i \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$\frac{-E(I_i(x))}{\sigma(I_i(x))} \leq F^{-1}(1 - \alpha_i) \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$F^{-1}(1 - \alpha_i)\sigma(I_i(x)) + E(I_i(x)) \geq 0 \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$$

در نتیجه داریم:

$$E\left(\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j - g_i^*\right) + F^{-1}(1 - \alpha_i)\sigma\left(\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j - g_i^*\right) \geq 0 \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad (5-3)$$



$$E\left(\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j - g_i^*\right) + F^{-1}(1 - \alpha_i)\sigma\left(\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j - g_i^*\right) - \delta_i^+ = 0 \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2, \dots, m \quad (6-3)$$

و اگر

$$g_{*i} = \min \sum_{j=1}^n E(c_{ij})x_j \quad \forall i = 1,2, \dots, m$$

در نتیجه

$$\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j \leq g_{*i} \quad \forall i = 1,2, \dots, m$$

$$\text{Prob}\left(\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j \leq g_{*i}\right) \geq \alpha_i \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2, \dots, m$$

$$I_i(x) = \sum_{j=1}^n c_{ij}x_j - g_{*i}$$

$I_i(x)$ دارای توزیع نرمال با میانگین $E(I_i(x))$ و انحراف استاندارد $\sigma(I_i(x))$ می باشد.

$$P(I_i(x) \leq 0) \geq \alpha_i \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2, \dots, m$$

$$P\left(\frac{I_i(x) - E(I_i(x))}{\sigma(I_i(x))} \leq \frac{-E(I_i(x))}{\sigma(I_i(x))}\right) \geq \alpha_i \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2, \dots, m$$

$$\frac{-E(I_i(x))}{\sigma(I_i(x))} \geq F^{-1}(\alpha_i) \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2, \dots, m$$

$$F^{-1}(\alpha_i)\sigma(I_i(x)) + E(I_i(x)) \leq 0 \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2, \dots, m$$

در نتیجه داریم:

$$E\left(\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j - g_{*i}\right) + F^{-1}(\alpha_i)\sigma\left(\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j - g_{*i}\right) \leq 0 \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2, \dots, m \quad (7-3)$$

$$E\left(\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j - g_{*i}\right) + F^{-1}(\alpha_i)\sigma\left(\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j - g_{*i}\right) + \delta_i^- = 0 \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2, \dots, m \quad (8-3)$$

۴-۲- مسئله معادل قطعی بهینه سازی چندهدفه تصادفی

باتوجه به رویکرد برنامه ریزی آرمانی مینیماکس و برنامه ریزی تصادفی مقید برای مسئله

بهینه سازی چندهدفه، مدل برنامه ریزی آرمانی تصادفی مقید معادل مدل (2) نتیجه می شود:

$$\min d \quad (4)$$

Subject to:

$$\delta_i^+ \leq d \quad \forall i = 1,2, \dots, m$$

$$E\left(\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j - g_i^*\right) + F^{-1}(1 - \alpha_i)\sigma\left(\sum_{j=1}^n c_{ij}x_j - g_i^*\right) - \delta_i^+ = 0 \quad \alpha_i \in (0,1) \quad \forall i = 1,2, \dots, m$$

$$E\left(\sum_{j=1}^n a_{kj}x_j - b_k\right) + F^{-1}(\alpha_k)\sigma\left(\sum_{j=1}^n a_{kj}x_j - b_k\right) \leq 0 \quad \alpha_k \in (0,1) \quad \forall k = 1,2, \dots, K$$

$x \in X$



۳-۴- نتایج حاصل از مطالعه موردی برای انتخاب سبد سرمایه گذاری

مدل توسعه یافته با یک مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری با نمونه ای که از ۲۰ سهم شاخص صنعتی داو جونز انتخاب شده است^{۳۱} حل می گردد. فرایند ارزیابی شامل مراحل زیر می شود:

- تعریف اهداف
- تعیین محدودیت ها
- فرمول بندی مسئله
- حل مدل

اهداف:

(۱) بازده سبد سرمایه گذاری که باید ماکسیمم شود (فرض می شود بازده هر سهم در زمان

$$t \text{ تصادفی است و توزیع نرمال با میانگین و واریانس معلوم دارد). } \sum_{j=1}^{20} R_j x_j$$

(۲) واریانس بازده سبد سرمایه گذاری که به عنوان معیار ریسک انتخاب می شود و باید

مینیمم گردد (باتوجه به این که فرض شده است بازده هر سهم توزیع نرمال دارد می توان از این معیار ریسک استفاده نمود).

$$\text{var}(\sum_{j=1}^{20} R_j x_j)$$

(۳) مجموع سود تقسیم شده سهام^{۳۲} سبد سرمایه گذاری که باید ماکسیمم شود (فرض می

شود سود هر سهم متغیر تصادفی است و توزیع نرمال با میانگین و واریانس معلوم دارد).

$$\sum_{j=1}^{20} D_j x_j$$

محدودیت ها :

(۱) به منظور کاهش ریسک، سرمایه گذار نباید بیشتر از یک نسبت معین را در هر سهم

سرمایه گذاری کند. به منظور متنوع سازی سبد سرمایه گذاری حدود بالا و پایین برای نسبت

سرمایه گذاری شده در هر سهم، x_j ، در نظر گرفته می شود (فروش استقراضی مجاز نیست):

$$0 \leq x_j \leq 2$$

(۲) مجموع نسبت های سرمایه گذاری شده در هر سهم برابر ۱ است:

$$\sum_{j=1}^{20} x_j = 1$$

مدل اصلی انتخاب سبد سرمایه گذاری به این صورت است:



$$Z_1 = \max \sum_{j=1}^{20} R_j x_j \quad (5)$$

$$Z_2 = \min \text{var}(\sum_{j=1}^{20} R_j x_j)$$

$$Z_3 = \max \sum_{j=1}^{20} D_j x_j$$

Subject to:

$$0 \leq x_j \leq .2$$

$$\sum_{j=1}^{20} x_j = 1$$

مدل (۵) به برنامه ریزی آرمانی تصادفی مقید تبدیل می شود، ابتدا باید مقادیر آرمانی برای هر یک از اهداف تعیین شود.

هدف ماکسیم نمودن بازده سبد سرمایه گذاری:

$$R^* = \max \sum_{j=1}^{20} E(R_j) x_j \quad (6)$$

Subject to:

$$0 \leq x_j \leq .2$$

$$\sum_{j=1}^{20} x_j = 1$$

هدف مینیم نمودن ریسک بازده سبد سرمایه گذاری:

$$V^* = \min \text{var}(\sum_{j=1}^{20} R_j x_j) \quad (7)$$

Subject to:

$$0 \leq x_j \leq .2$$

$$\sum_{j=1}^{20} x_j = 1$$

و برای ماکسیم نمودن سود تقسیم شده سهام داریم:

$$D^* = \max \sum_{j=1}^{20} E(D_j) x_j \quad (8)$$

Subject to:

$$0 \leq x_j \leq .2$$

$$\sum_{j=1}^{20} x_j = 1$$

R^* ، V^* و D^* به ترتیب مقادیر آرمانی نرخ بازده سبد سرمایه گذاری، ریسک بازده سبد سرمایه

گذاری و سود تقسیم شده سهام سبد سرمایه گذاری می باشند.

α_1 و α_3 برابر با 0.5. توسط تصمیم گیرنده انتخاب شده است. مدل (۵) به مدل (۹) تبدیل می

شود:

$$\min d \quad (9)$$

Subject to:

$$\delta_1^+ \leq d$$



$$\begin{aligned} \delta_2^- &\leq d \\ \delta_3^+ &\leq d \\ E(\sum_{j=1}^n R_j x_j - R^*) + F^{-1}(1 - \alpha_1) \sigma(\sum_{j=1}^n R_j x_j - R^*) - \delta_1^+ &= 0 \\ \text{var}(\sum_{j=1}^{20} R_j x_j) + \delta_2^- &= V^* \\ E(\sum_{j=1}^n D_j x_j - D^*) + F^{-1}(1 - \alpha_3) \sigma(\sum_{j=1}^n D_j x_j - D^*) - \delta_3^+ &= 0 \\ 0 \leq x_j &\leq .2 \\ \sum_{j=1}^{20} x_j &= 1 \end{aligned}$$

در جدول ۱ داده های ورودی موردنیاز برای مسئله و در جدول ۲ مقادیر تخصیص یافته به هریک از سهام در سبد سرمایه گذاری که از حل مدل (۹) با نرم افزار لینگو ۱۱.۰ برای مسئله بهینه سازی چندهدفه تصادفی بدست آمده ارائه شده است. و در جدول ۳ نتایج این بهینه سازی ارائه گردیده است.

جدول ۱- داده های مالی موردنیاز

var(D)	E(D)	var(R)	E(R)	نام سهام
0.08	0.68	0.000104237	-0.0031596	Microsoft Corporation
0.08	0.66	0.000303222	-0.005187	Alcoa Inc.
0.19	1.4	0.000142662	-0.002183	The Boeing Company
0.41	2.16	6.559E-05	-0.001304	Merck & Co., Inc.
0.27	1.2	0.000329388	-0.004526	Caterpillar Inc.
0.02	0.31	0.00021501	-0.00292	E.I. du Pont de Nemours & Company
0.27	1.36	0.000364365	0.0012074	Coca-Cola Bottling Co. Consolidated
0.1	1	7.4187E-05	-0.001755	Verizon Communications Inc.
0.38	1.62	0.000157615	-0.002171	Honeywell International Inc.
0.21	1.42	0.001437224	-0.003969	J.P. MORGAN CHASE & CO.
0.07	0.45	5.11621E-05	-0.000859	AT&T Inc.
0.19	1.52	0.000108614	-0.001182	3M Company
0.39	1.2	5.53884E-05	-0.001404	Wal-Mart Stores, Inc.
0.08	0.88	3.52357E-05	0.0013982	McDonald's Corporation
0.09	0.9	9.06928E-05	0.0003657	Altria Group, Inc.
0.02	0.31	7.08323E-05	0.0007224	Johnson & Johnson
0.04	0.4	0.000272581	-0.005167	Hewlett-Packard Company
0.05	0.32	0.000307514	-0.005847	Citigroup Inc.
0.06	0.58	0.000160903	-0.002341	The Home Depot, Inc.

0.3	1.48	0.000166396	-0.003271	Intel Corporation
-----	------	-------------	-----------	-------------------

جدول ۲- جواب های بدست آمده با نرم افزار لینگو ۱۱,۰

ردیف	نام سهام	مقدار تخصیص یافته به هر یک از سهام در سبد سرمایه گذاری
1	Microsoft Corporation	۰
2	Alcoa Inc.	۰
3	The Boeing Company	0.2
4	Merck & Co., Inc.	0.2
5	Caterpillar Inc.	0
6	E.I. du Pont de Nemours & Company	0
7	Coca-Cola Bottling Co. Consolidated	۰
8	Verizon Communications Inc.	0
9	Honeywell International Inc.	0
10	J.P. MORGAN CHASE & CO.	0.2695724E-01
11	AT&T Inc.	0
12	3M Company	0
13	Wal-Mart Stores, Inc.	0.1634533
14	McDonald's Corporation	0.2
15	Altria Group, Inc.	0.2
16	Johnson & Johnson	0.9589460E-02
17	Hewlett-Packard Company	0
18	Citigroup Inc.	0
19	The Home Depot, Inc.	0
20	Intel Corporation	0

جدول ۳- مقادیر بهینه

۱	مقدار بهینه برنامه (۶): R^*	.57E-03
۲	مقدار بهینه برنامه (7): V^*	- 0.2976675E-04
۳	مقدار بهینه برنامه (8): D^*	1.64
۴	مقدار بهینه برنامه (9): d^*	0.2976675E-04

۵- نتیجه گیری و بحث

مسئله انتخاب سبد سرمایه گذاری با چند هدف و تعدادی پارامتر که تصادفی هستند در نظر گرفته می شود. برنامه ریزی چندهدفه محدود شده تصادفی تصمیم گیرنده را برای مواجهه با چنین مسائلی یاری می کند. در این مقاله، یک فرمول قطعی جدید برای برنامه ریزی چند هدفه تصادفی ارائه شد. در تبدیل ارائه شده ابتدا مقادیر آرمانی برای هر یک از اهداف از بهینه سازی مسئله تک هدفه بدست می آید، سپس آن اهداف با مقادیر تعیین شده به عنوان محدودیت در نظر گرفته می شوند و برای تبدیل پارامترهای تصادفی به حالت قطعی از حد اطمینانی که توسط تصمیم گیرنده تعیین می شود استفاده گردید. در واقع در این تبدیل قطعی، رویکرد برنامه ریزی آرمانی مینیماکس با رویکرد تصادفی محدود شده ترکیب شده است. در پایان مدل ارائه شده با یک نمونه شامل ۲۰ سهم توضیح داده شد که در آن کاهش ریسک، افزایش بازده و سود سهام به عنوان اهداف مسئله و نرخ بازده هر سهم و سود تقسیم شده سهام به عنوان پارامترهای ورودی تصادفی مسئله معرفی شدند. مشاهده گردید که فرایند حل مدل ساده و کاربردی می باشد که نتایج نتایج این تحقیق با تحقیقات مشابه منطبق است.

فهرست منابع

- 1) Agnew, N. H., Agnew, R. A., Rasmussen, J., Smith, K. R., (1969). An Application of Chance Constrained Programming to Portfolio Selection in a Casualty Insurance Firm. *Management Science*, 15(10), Jun, INFORMS, pp. B512-B520.
- 2) Aouni, B., Ben Abdelaziz, F., Martel, J.M., (2005). Decision-maker's preferences modeling in the stochastic goal programming. *European Journal of Operational Research*, 162(3), October, Elsevier Science Publishers, pp. 610-618.
- 3) Ballestero, E., Romero, C., (1996). Portfolio selection: A compromise programming solution. *Journal of Operational Research Society*, 47(11), November, [Palgrave Macmillan Journals](#), pp. 1377-1386.
- 4) Ballestero, E., (2001). Stochastic goal programming: A mean-variance approach. *European Journal of Operational Research*, 131(3), June, Elsevier Science Publishers, pp. 476-581.
- 5) Bell, D.E., Raiffa, H., (1988). Risky choice revisited. In: Bell, D.E., editor. *Decision Making: Descriptive, Normative and Prescriptive Interactions*. Cambridge University Press, Cambridge, pp. 99-112.

- 6) Beltratti, A., Laurant, A., Zenios, S.,A., (2004). Scenario modelling for selective hedging strategies. *Economic Dynamics and Control*, 28(5), February, Elsevier Science Publishers, pp. 955-974.
- 7) Ben Abdelaziz, F., Lang, P., Nadeau, R., (1995). Distributional efficiency in multiobjective stochastic linear programming. *European Journal of Operational Research*, 85(2), September, Elsevier Science Publishers, pp. 399 – 415.
- 8) Ben Abdelaziz, F., Lang, P., Nadeau, R., (1999). Efficiency in multiple criteria under uncertainty. *Theory and Decision*, 47(3), December, Springer Netherlands, pp. 191–211.
- 9) Ben Abdelaziz, F., Mejri, S., (2001). Application of goal programming in a multi-objective reservoir operation model in Tunisia. *European Journal of Operational Research*, 133(2), January, Elsevier Science Publishers, pp. 352–361.
- 10) Ben Abdelaziz, F., Aouni, B., Fayedh, R., E., (2007). Multi-objective stochastic programming for portfolio selection. *European Journal of Operational Research*, 177(3), March, Elsevier Science Publishers, pp. 1811–1823.
- 11) Charnes, A., Cooper, W.W., Ferguson, R., (1955). Optimal estimation of executive compensation by linear programming. *Management Science*, 1(2), January, INFORMS, pp. 138–151.
- 12) Charnes, A., Cooper, W.W., (1957). *Management Models and Industrial Applications of Linear Programming*. *Management Science*, 4(1), October, INFORMS, pp. 38-9.
- 13) Charnes, A., Cooper, W.W., (1959). Chance-constrained programming. *Management Science*, 6(1), October, INFORMS, pp. 73–80.
- 14) Charnes, A., Cooper, W.W., (1963). Deterministic equivalents for optimizing and satisfying under chance constraints. *Operations Research*, 11(1), January-February, INFORMS, pp. 18–39.
- 15) Elton, E.J., Gruber, M.J., Padberg, M., (1976). Simple criteria for optimal portfolio selection. *Journal of Finance*, 31(5), December , [Blackwell Publishing](#), pp. 1341–1357.
- 17) Haimes, Y Y, Lasdon, L. S. and Wismer, D. A., (1971). On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization. *IEEE Transactions on systems, Man, and Cybernetics*, 1(3), pp. 296-297.
- 18) Lai, T.Y., (1991). Portfolio selection with skewness: A multiple-objective approach. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 1(3), July, Springer Netherlands, pp. 293–305.
- 19) Levy, H., (1992). Stochastic dominance and expected utility: Survey and analysis. *Management Science*, 38(4), April, INFORMS, pp. 555–593.

- 20) Markowitz, H., (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), March, American Finance Association, pp.77–91.
- 21) Muhlemann, A.P., Lockett, A.G., Gear, A.E., (1978). Portfolio modeling in multiple-criteria situations under uncertainty. *Decision Sciences*, 9(4), October, John Wiley & Sons, pp. 612–626.
- 22) Nawrocki, D.N., Carter, W.L., (1998). Earnings announcements and portfolio selection. Do they add value?. *International Review of Financial Analysis*, 7(1), pp. 37–50.
- 23) Ogryczak, W., (2000). Multiple criteria linear programming model for portfolio selection. *Annals of Operations Research*, 97(1), December, Springer Netherlands, pp. 143–162.
- 24) Prakash, A.J., Chang, C., Pactwa, T.E., (2003). Selecting a portfolio with skewness: Recent evidence from US, European, and Latin American equity markets. *Journal of Banking and Finance*, 27(7), July, Elsevier Science Publishers, pp. 1375–1390.
- 25) Prekopa, A., (1995). *Stochastic Programming* [online]. Kluwer Academic Publishers, USA. Available from <http://books.google.com>. [Accessed 4 December 2010].
- 26) Sharpe, W.F., (1963). A simplified model for portfolio analysis. *Management Science*, 9(2), January, INFORMS, pp. 277–293.
- 27) Sharpe, W.F., (1967). A linear programming algorithm for mutual fund portfolio selection. *Management Science*, 13(7), March, INFORMS, pp. 499–510.
- 28) Shing, C., Nagasawa, H., (1999). Interactive decision system in stochastic multi-objective portfolio selection. *International Journal of Production Economics*, 60–61(1), April, Elsevier Science Publishers, pp. 187–193.
- 29) Steuer, R.E., Na, P., (2003). Multiple criteria decision making combined with finance: A categorized bibliographic study. *European Journal of Operational Research*, 150(3), November, Elsevier Science Publishers, pp. 496–515.
- 30) Tamiz, M., Hasham, R., Jones, D.F., Hesni, B., Fargher, E.K., (1996). A two staged goal programming model for portfolio selection. In: Tamiz, M., editor. *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*. Springer-Verlag, Berlin, pp. 286–299.
- 31) Zeleny, M., (1976). *Multiple Criteria Decision Making*. Springer-Verlag, Berlin. Available from <http://books.google.com>. [Accessed 4 December 2010].
- 32) Zeleny, M., (1982). *Multiple Criteria Decision Making*. McGraw-Hill, New York. Available from <http://books.google.com>. [Accessed 28 November 2010].
- 33) Ziemba, W.T., Mulvey, J.M., (1998). *Worldwide Asset and Liability Modeling*. Cambridge University Press, Cambridge. Available from <http://books.google.com>. [Accessed 21 November 2010].

یادداشت‌ها

- ¹MIN-MAX goal programming
- ²goal Chance constrained programming
- ³Markowitz
- ⁴Ogryczak
- ⁵Mean – Variance (M-V)
- ⁶Sharpe
- ⁷Elton et al.
- ⁸Nawrocki and Carter
- ⁹Shing and Nagasawa
- ¹⁰Bell and Raiffa
- ¹¹Levy
- ¹²Ballestero and Romero
- ¹³Efficient frontier
- ¹⁴Lai
- ¹⁵Prakash et al.
- ¹⁶polynomial goal programming
- ¹⁷multi-objective mathematical program
- ¹⁸Aouni et al.
- ¹⁹multi-objective stochastic programming
- ²⁰Ben Abdelaziz et al.
- ²¹Ben Abdelaziz and Mejri
- ²²Ziemba and Mulvey
- ²³Two stage stochastic programming
- ²⁴Chance constrained programming
- ²⁵Charnes and Cooper
- ²⁶multi-criteria linear goal programming
- ²⁷stochastic goal programming
- ²⁸Muhlemann et al.
- ²⁹Tamiz et al.
- ³⁰Recourse approach
- ³¹داده های مربوط به سهام از www.google.com/finance استخراج شده است.
- ³²dividend