



مقایسه مدل‌های حرکت براونی و براونی کسری و گارچ در برآورد نوسانات بازده سهام

سیدعلی نبوی چاشمی^۱
ماریه مختاری نژاد^۲

تاریخ پذیرش: ۹۵/۲/۲۵

تاریخ دریافت: ۹۵/۱/۱۹

چکیده

مدلسازی نوسان بازده در بازارهای سهام، از منظر افراد آکادمیک و نیز کارپردازان علم مالی، به لحاظ موارد استفاده آن در پیش بینی بازده سهام، موضوع با اهمیتی به نظر می رسد. بر این اساس در دهه های اخیر مدل‌های متفاوت و گوناگونی برای تخمین و پیش بینی نوسان مورد بهره برداری قرار گرفته است. این تحقیق با هدف ارزیابی مدلی مناسب برای تخمین و پیش بینی نوسان بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران انجام شده است. در این تحقیق بر اساس داده های مربوط به قیمت و بازدهی روزانه سهم ۵۰ شرکت برتر بورس از نظر حجم معاملات بالا در یک دوره ۵ ساله از سال ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۱ به تخمین نوسان ماهانه بازده سهام با استفاده از مدل‌های براونی، براونی کسری و گارچ پرداخته شده و از مقایسه آن سه مدل با استفاده از آزمون‌های MSE, RMSE, MAE برای انتخاب بهترین مدل تخمین اقدام گردیده است. نتایج مقایسه مدل حرکت براونی، مدل براونی کسری و مدل گارچ، مدل گارچ را به عنوان مدل برتر نشان داده است.

واژه‌های کلیدی: نوسان بازده، حرکت براونی، حرکت براونی کسری، گارچ.

۱- دانشیار دانشگاه آزاد اسلامی، واحد بابل، گروه مدیریت بازرگانی، بابل، ایران (نویسنده مسئول)
Anabavichashmi2003@gmail.com

۲- دانشگاه آزاد اسلامی، واحد بابل، گروه مدیریت بازرگانی، بابل، ایران
mrs_mokhtari@yahoo.com

۱- مقدمه

مهمترین نکته ای که در دهه های گذشته توجه بسیاری از متخصصان و فعالان در بازارهای مالی را متوجه خود کرده است، پیش بینی نوسان است. از آنجا که نوسان در این بازار به عنوان یکی از متغیرهای مهم در زمینه تصمیمات سرمایه گذاری، قیمت گذاری اوراق بهادار و مشتقه ها، مدیریت ریسک، تدوین مقررات سیاست گذاری پولی است، پس اهمیت و ضرورت پرداختن به آن نیز امری ملموس خواهد بود و تأثیری شگرف در اقتصاد کشورها، از طریق ایجاد یا کاهش اطمینان و اعتماد عمومی را خواهد داشت. نوسان، اندازه گیری محدوده قیمت دارایی از سطح متوسط، برای یک بازه زمانی ثابت می باشد [۹]. که آگاهی داشتن از آن، اطلاعات مفیدی از ارزش سهام به سرمایه گذاران خواهد داد و آنها را به سمت اتخاذ تصمیمات درست سوق خواهد داد. با توجه به اینکه یکی از مواردی که بیانگر ناهمسانی واریانس در یک بازه زمانی است، تغییر نوسانات در بازارهای مالی است و استفاده از مدل‌های موجود در حیطه دانش مالی گامی برای مقابله با مشکل ناهمسانی در سریهای زمانی است. تغییر نوسانات در بازارهای مالی، بیانگر ناهمسانی واریانس در یک دوره زمانی است که برای مرتفع کردن این نقیصه می توان از وجود مدل‌های متفاوتی بهره برد. مدل‌های حرکت براونی، حرکت براونی کسری و مدل گارچ از این دست مدل‌ها هستند که قابلیت پیش بینی نوسان بازده سهام و حرکت قیمت سهام را دارا هستند. مطالعات و بررسی هایی که در گستره منابع داخلی و خارجی صورت گرفته، حاکی از آن است که استفاده از مدل‌های حرکت براونی، براونی کسری و مدل گارچ در کشورهای مختلف و در موارد کاربردی متفاوت اعم از تخمین نوسان، بهینه سازی سبد سرمایه گذاری، قیمت گذاری اختیار معامله، بررسی سرایت نوسان از صنعتی به صنعت دیگر و... نتایج یکسانی را در بر نداشته است.

با توجه به اهمیت بالای نوسان بازده سهام و نیز از آنجا که دستیابی به روشها و فنون جدید پیش‌بینی دقیق تر نوسان های قیمت در بورس از جمله آرمان‌های سرمایه گذاران و دست اندرکاران آن در سراسر دنیا است، لذا در تحقیق حاضر، هدف اصلی مقایسه مدل‌های حرکت براونی و براونی کسری و گارچ در تخمین نوسان بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران است، در واقع در این تحقیق به مدل‌سازی قیمت و بازده سهام و بررسی تخمین نوسان به سه روش حرکت براونی و براونی کسری و گارچ و سپس به مقایسه این سه روش با اندازه‌گیری نوسان بر اساس انحراف معیار واقعی پرداخته شده تا عملکرد هر یک از این سه مدل در تخمین نوسان در مقایسه با انحراف معیار واقعی بررسی گردد و دیده شود که کدامیک عملکرد بهتری را ارائه می‌دهد.

۲- مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

نوسان، اندازه‌گیری محدوده‌ی قیمت دارایی از سطح متوسط برای یک بازه زمانی ثابت می‌باشد [۹]. متعاقباً نوسان بصورت مرتبط با تغییرات قیمت دارایی می‌باشد. اگر سهامی به عنوان سهام پرنوسان برچسب‌گذاری شده باشد، یعنی اینکه قیمت آن خیلی زیاد در تمام اوقات تغییر خواهد کرد، بر عکس سهام کم نوسان، قیمتی خواهد داشت که نسبتاً کم تغییر می‌کند. از آنجایی که نوسان بصورت مرتبط با ریسک

می‌باشد، بنابراین هر چه سهامی پرنوسان‌تر باشد، ریسک آن نیز بیشتر است و هر چه سهامی پریسک‌تر باشد، دیگر به طور قطع و یقین نمی‌توان گفت که قیمت آینده آن چقدر خواهد بود [۱۳]. اگر چه تقریباً هر سرمایه‌گذاری حداقل ریسکی را شامل می‌گردد، سرمایه‌گذاران به دنبال یا در جستجوی راهی برای به حداقل رساندن ریسک می‌باشند. نوسان درجه‌ای از تغییرپذیری قیمت برای دارایی، نرخ یا شاخص معین است که معمولاً به صورت واریانس یا انحراف معیار بیان می‌شود. و از زمان مارکوویتس با انحراف معیار بازده‌های ادواری سنجیده می‌شود. شیوه‌های متعددی برای اندازه‌گیری نوسان‌پذیری بازده دارایی‌ها وجود دارد که معمول‌ترین آن، انحراف معیار بازده‌ها می‌باشد که این با وجود مفید بودن، محدودیت‌هایی نیز دارد. اگر بازده‌های روزانه بازار سهام از یک توزیع نرمال تبعیت نماید، به خاطر متقارن بودن این توزیع، انحراف معیار می‌تواند در مورد نوسان‌پذیری بازده‌ها اطلاع درستی را ارائه نماید. اما شواهد نشان می‌دهد که توزیع بازده‌ها دارای چولگی و برآمدگی است [۹]. انحراف معیار تفاوتی بین کاهش قیمت سهام و افزایش آن قائل نمی‌شود و هر دو را به عنوان انحراف از میانگین در نظر می‌گیرد. طبعاً هر قدر توزیع احتمال بازده‌ها متقارن‌تر باشد، انحراف معیار کارایی بیشتری برای اندازه‌گیری ریسک خواهد داشت. در حالت خاصی که توزیع احتمال بازده‌ها نرمال باشد، بازده مورد انتظار و انحراف معیار برای مشخص کردن توزیع کفایت می‌نمایند، هر چند از آماره‌ی انحراف معیار نمونه‌ای برای نشان دادن رابطه مستقیم بین ریسک و بازده و توام بودن بالاترین متوسط بازده با بیشترین نوسان‌پذیری استفاده می‌شود [۱]. اما فقدان تقارن در توزیع بازده‌ها و عدم تبعیت آن از توزیع نرمال باعث می‌شود که نتوان با این آماره نگرش کاملی نسبت به رفتار بازده‌ها یا ریسک داشت.

مطالعات اولیه در خصوص رابطه بین نوسان و بازده بیشتر نظری بوده و بیانگر رابطه‌ای مثبت بوده است. با این وجود این موضوع یعنی رابطه بین نوسان و بازده همواره مورد بحث قرار گرفته و همچنان تحقیقات در این حوزه ادامه دارد و نتایج تحقیقات متفاوت بوده است. تحقیقات اولیه شامل کارهای مرتون (۱۹۷۳)، موسین (۱۹۶۶) و لینتر (۱۹۶۵) است که بیانگر یک رابطه مثبت است. با توجه به ویژگی‌های موجود در سری‌های زمانی مالی، که مهمترین آنها پایداری موقت نوسان (خوشه بندی نوسان) و کشیدگی است، مدل‌های مختلفی پیشنهاد گردیده‌اند. وجود دو ویژگی مذکور در سری‌های زمانی مالی تردیدی را در مورد صحت و اعتبار مدل‌سازی استاندارد که فرایند تولید بازده را در حالتی با فرض واریانس همسانی توصیف می‌نماید، ایجاد کرده است [۲۸]، [۲۹]، [۲۱]. مدل براونی که یکی از مدل‌های توسعه داده شده برای آنالیز نوسان موجود و بررسی وجود گشت تصادفی می‌باشد. که طبق ادعای لوئیس باچلیور (۱۹۰۰) برای اولین بار قضیه پیروی کردن قیمت سهام از یک فرایند تصادفی را عنوان نموده و استفاده از حرکت براونی به عنوان مدلی کاربردی در بازار سهام رایج کرد. فرآیندهای گام تصادفی اساساً یک حرکت براونی می‌باشند که تغییرات گذشته مستقل از تغییرات مقدارمتغیر درآینده و گذشته می‌باشد. حرکت براونی دارای ویژگی‌های خوش رفتار ریاضی است، به گونه‌ای که در آن می‌توان یک الگو را با دقت بالا برآورد و همچنین احتمالات را محاسبه کرد. از این رو تحلیلگران اغلب وقتی با تجزیه و تحلیل یک فرایند چند بعدی با منشا ناشناخته

مانند بازار سهام) مواجه هستند، به روند های مستقل مانند حرکت براونی روی می آورند تئوری حرکت براونی والگوهای گام تصادفی به طور گسترده در مدل سازی بازارهای مالی مورد استفاده قرار گرفته است. در بینشی که حدس و گمان ها مدل سازی می شود، می توان از احتمالات بسط داده شده از باچلیر استفاده کرد، که تا به امروز کاربردهای این الگو ادامه داشته است. مندلیبرات و ون نس (۲۰۰۴) حرکت براونی را به عنوان یک انتگرال تصادفی نسبت به حرکت براونی استاندارد تعریف کرده و کاربرد آن را در ریاضیات مالی، برای توصیف حرکت قیمت مناسب دانست [۲۳]. مدل براونی که یکی از مدل های توسعه داده شده برای آنالیز نوسان موجود و بررسی وجود گشت تصادفی می باشد. که طبق ادعای لوییس بچلایر برای اولین بار قضیه پیروی کردن قیمت سهام از یک فرایند تصادفی را عنوان نموده و استفاده از حرکت براونی به عنوان مدلی کاربردی در بازار سهام رایج کرد. مندلیبرات ۱۹۶۳ و تیلور ۱۹۶۷ به توزیع غیر نرمال بازده های سهام و رفتارهای کسری در قیمت های سهام پرداختند و از مدل براونی کسری که نوع گسترش یافته حرکت براونی است، استفاده نمودند. با توجه به توزیع غیر نرمال بازده های سهام، رفتار کسری قیمت های سهام را تایید نمودند [۲۵].

هیدوهو فاناشی (۲۰۱۵) در تحقیقاتش با عنوان قیمت گذاری اختیار معامله در آسیا با استفاده از مدل های نوسان کسری اثر مثبت شاخص H و همبستگی بین قیمت دارایی اصلی و نوسان آنرا انجام داد و اثبات کرد که شاخص هارست و همبستگی زمانی که ویژگی حافظه بلندمدت غالب است تاثیر بزرگی روی انحنای جولگی نوسان دارد [۱۵].

تاکایوکی موریموتو (۲۰۱۵) با پژوهشی با عنوان انتخاب روش قیمت گذاری اروپایی با استفاده از حرکت براونی کسری و با اپلیکشن نوسان واقعی توانست خصوصیات وابستگی مرتبه بالایی را در سری زمانی نشان دهد که بطور تجربی به این نتیجه رسید که معادله تفاضلی بلک شولز دارایی اصلی پیرو حرکت براونی کسری با هارست $H \neq 1/2$ به خوبی تعریف نمی شود به این علت که حرکت براونی کسری یک نیمه مارتینگل نیست و پیشنهاد داد که تخمین قیمت گذاری مانند سابق با روش فرمول بلک شولز انجام گردد [۳۲].

لادی و لینگ وو (۲۰۰۹) در یک تحقیق با بکارگیری داده های قیمت سهام، ابتدا درستی مدل هندسی حرکت براونی را بر اساس تست های آماری استاندارد بررسی کرده و سپس مدل خطی تعدیل شده ای را بیان نمودند و مقایسه تجربی بین مدل ساختاری تعدیل شده و مدل هندسی حرکت براونی با استفاده از روش مونت کارلو صورت گرفت [۱۸].

ماسیمیلیانو فرزا (۲۰۰۹)، به بررسی مدل حرکت براونی و حرکت براونی فوق کسری و مدل گارچ پرداخته شده است. در این تحقیق با تجزیه و تحلیل عملکرد ۶ شاخص بازار بین المللی نشان داده شد که روش حرکت براونی کسری بخصوص در بازارهای با نوسان زیاد موثرتر است [۲۷].

جی زو (۲۰۰۸) چگونگی بازده انتظاری و قیمت بازار در معرض ریسک در دو بازار در چین را بررسی کرد که بیانگر این است که حرکت براونی هندسی مانند مدل گارچ قادر به توصیف پویایی قیمت سهام است [۱۷].

لین (۲۰۰۸) از معادله حرکت تصادفی براونی نا وردا ی^۱ پیوسته برای بررسی پویایی بازار سهام استفاده کرده است. و نیز به بررسی رابطه بین حرکت براونی ناوردادو گشت تصادفی کسری پرداخته است که کاربردی بودن مدل حرکت براونی ناورداد را نتیجه داد [۲۰].

جوزف جاردو، دانیل کجوییرو (۲۰۰۵)، نشان دادند که چگونه می توانند حرکت براونی کسری را برای مدلسازی بازده سهام برزیل، تخمین نوسان و همچنین قیمت‌گذاری اختیار معامله با بکارگیری فرمول بلاک-شولز بکار گیرند [۱۶].

لین هویی وراسل اسمیت (۲۰۰۵)، مدل گشت تصادفی را برای قیمت های سهام در هشت کشور آسیایی بررسی کردند و به این نتیجه رسیدند که قیمت های سهام در هر هشت کشور آسیایی بر اساس گشت تصادفی است [۱۹].

مگدان و آتیا (۲۰۰۳) با بررسی هایی که برای رسیدن به مدلی برتر برای تخمین نوسان انجام شد، عملکرد موثرتر مدل حرکت براونی به اثبات رسید [۲۲].

کریس کیندر (۲۰۰۲)، با استفاده از داده‌های شبیه‌سازی شده حرکت براونی و داده‌های واقعی به مقایسه دو روش تخمین نوسان پیوسته و ناپیوسته پرداخته است. نتایج تحقیق نشان داد که هر دو روش تخمین نوسان، با استفاده از داده‌های شبیه سازی شده و هم داده‌های واقعی، نتایج تقریباً نزدیک به هم و یکسانی می دهند [۱۳].

آکگیری (۱۹۸۹) نیز به بررسی مدل های واریانس ناهمسان شرطی در سری های زمانی بازدهی سهام پرداخت [۱۰].

بلر سف (۱۹۸۶)، مدل انگل را تعمیم داد و گروهی از مدل ها را که به مدل های تعمیم یافته خود رگرسیون واریانس ناهمسان (گارچ) شهرت یافتند، ارائه کرد. یکی از دلایل استفاده از مدل گارچ این است که توانایی تشریح بسیاری از مشخصات واقعی سری های زمانی مالی، از جمله کشیدگی بیشتر از حد نرمال را دارا می باشد [۱۱].

خواجه حق وردی وهمکاران (۱۳۹۴) در تحقیقی تحت عنوان "محاسبه ارزش در معرض خطر سبد سرمایه گذاری سکه و شاخص بورس؛ مقایسه دو روش GARCH و GARCH چند متغیره" جهت برآورد ارزش در معرض خطر سبد سرمایه گذاری شامل سکه و شاخص بورس با استفاده از مدل های GARCH و GARCH چند متغیره استفاده شده است و نتایج حاصله بیانگر این موضوع است که مدل GARCH چند متغیره نتایج دقیقتر و بهتری را در مقایسه با مدل های GARCH برای محاسبه ارزش در معرض خطر سبد سرمایه گذاری نشان میدهد [۴].

خواجوند و یکی حسکویی (۱۳۹۳) در پژوهشی که با عنوان پیش بینی بازارهای آتی های نفت با استفاده از مدل های گارچ و مدل های تغییر رژیم مارکوف گارچ، تحلیل و بررسی های تجربی انجام دادند که نتیجه عملکردشان نشان داده که طبق مجموعه گستردهای از توابع زبان آماری مدل های MRS-

GARCH عملکرد بهتری نسبت به GARCH استاندارد در پیش بینی نوسانات در افق زمانی کوتاهتر دارند و در افق های زمانی طولانی تر مدل های GARCH نامتقارن استاندارد بهتر عمل می کنند [۳].

پاشاهی (۱۳۸۹)، با استفاده از مدل های حرکت براونی و براونی کسری نوسان بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران تخمین زده شد. در این تحقیق تنها از معیار اصلی و رایج میانگین خطا (MSE) استفاده شد و سپس مقایسه این دو مدل به همراه انحراف معیار انجام شد که برتری حرکت براونی نسبت به حرکت براونی کسری در بازه زمانی معینی به اثبات رسید [۲].

فیض آباد (۱۳۸۷) ضمن مدلسازی به تحلیل رابطه میان ریسک و بازده با استفاده از مدل های خانواده گارچ پرداخت. نتایج این تحقیق که یک پژوهش از نوع پیمایشی و کاربردی می باشد نشان می دهد که اولاً، مدل های ناهمسانی واریانس شرطی به خوبی می توانند ویژگی های داده های مالی از قبیل نوسانات خوشه ای، حافظه بلند مدت و اثرات اهرمی را مدلسازی نمایند. ثانیاً، در هر دو پرتفوی مورد بررسی یعنی پرتفوی متشکل از تمامی شرکتها و پرتفوی متشکل از پنجاه شرکت با نقد شوندگی بالا، همبستگی مثبتی میان ریسک و بازده وجود دارد [۸].

شیرانی فخر و داورزاده (۱۳۸۵) با استفاده از مدل های تخمین آرچ و گارچ به بررسی میزان اثرپذیری شاخص قیمت سهام بورس اوراق بهادار تهران از قیمت جهانی طلا و نفت پرداختند. عوامل زیادی در شکل گیری اطلاعات و دیدگاه های طرفین بازار و قیمت سهام شرکتها موثر است. که قیمت جهانی نفت به عنوان یک متغیر برونزای قدرتمند، بسیاری از متغیرهای اقتصاد کلان، از جمله شاخص قیمت سهام را می تواند تحت تاثیر قرار دهد. قیمت جهانی طلا نیز به عنوان متغیری با اهمیت در بسیاری از تحولات پولی و مالی بین المللی است. در این تحقیق با استفاده از نرم افزار Eviews ۵ تخمینی انجام شده است. و پس از شناسایی و انتخاب روند مناسب برای پیش بینی متغیر وابسته با استفاده از مدل فروشیلر اثرپذیری شاخص کل قیمت سهام بورس تهران بررسی شده است که نهایتاً تاثیر بیشتر شاخص طلا بر شاخص قیمت سهام بورس تهران مشخص شد [۶].

خلیلی (۱۳۸۳)، در پایان نامه خود با عنوان «پیش بینی واریانس سهام در گروه شرکت های سرمایه گذار با استفاده از مدل GARCH» به ارائه مدل جهت پیش بینی قیمت سهام گروه شرکت های سرمایه گذاری و سپس ارائه مدل جهت توضیح و پیش بینی واریانس قیمت سهام، پیش بینی با استفاده از مدل GARCH پرداخته است. دوره زمانی پژوهش سال های (۱۳۸۱-۱۳۷۷) بوده و داده ها در مقاطع هفتگی مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج حکایت از سازگاری مناسب مدل های خانواده ARCH با سری های زمانی مالی و به ویژه داده های سری زمانی قیمت سهام دارد [۵].

فعالیت (۱۳۸۳)، در پایان نامه خود تحت عنوان «بررسی کارایی و نوسانات در بورس اوراق بهادار تهران» به تحلیل کارایی اطلاعاتی بورس اوراق بهادار در سطح ضعیف و همچنین معنی دار بودن تأثیر نوسانات بازدهی اوراق بهادار بوسیله مدل های GARCH-M (گارچ میانگین) پرداخته است. نتایج نشانگر آن است که بازدهی های تاریخی قدرت پیش بینی بازدهی های آینده را دارند، بنابراین فرضیه کارایی اطلاعاتی بازاری در

سطح ضعیف اثبات نمی‌گردد. همچنین رابطه معنی‌داری بین ریسک و بازدهی در بورس اوراق بهادار تهران وجود نداشته که این مطلب بیانگر این است که سرمایه‌گذاران به اندازه‌ای که متحمل ریسک می‌گردند، پاداش دریافت نمی‌کنند [۷].

مرشدخانی (۱۳۸۰)، ارتباط بین ریشه و نرخ بازده را در بورس اوراق بهادار تهران مورد توجه قرار داده است و سعی در مدل‌سازی این ارتباط با استفاده از مدل‌های GARCH نموده است. در این تحقیق ابتدا سعی گردیده است تا در چارچوب بررسی ارتباط ریشه و بازده سهام، کارایی این مدل در توضیح عملکرد بورس تهران مورد بررسی قرار گیرد و در نهایت از میان مدل‌های متنوعی که در سال‌های اخیر معرفی شده‌اند، سازگارترین آنها معرفی گردد. این مطالعه علاوه بر تأیید ارتباطی که میان بازده و ریسک سهام وجود دارد، اثر نامتقارن اطلاعات بر قیمت سهام را نیز مورد تأیید قرار می‌دهد. در ادامه تلاش شده است که با استفاده از مدل TVP-GARCH، تغییرات ریسک‌گریزی در بورس تهران مورد بررسی قرار گیرد. بدین منظور ضریب انحراف معیار در مدل اول مزبور، بصورت گام تصادفی در نظر گرفته شده است و با استفاده از فیلتر کالمن این ضریب تخمین زده شده است ولی به لحاظ آماری معنی‌دار بودن آن رد شده است [۱۰].

۳- روش‌شناسی پژوهش

متغیرهای مورد استفاده در این تحقیق قیمت روزانه سهام و بازده روزانه می‌باشد که برای جامعه آماری مورد نظر گردآوری شده است. شناسایی ۵۰ شرکت برتر برگرفته از آمار منتشرشده مربوط به شرکتهای فعال و برتر بورس اوراق بهادار تهران است که معمولاً هر سه ماه منتشر میگردد. داده اصلی در این تحقیق قیمت روزانه سهام مربوط به ۵۰ شرکت برتر در یک دوره ۵ ساله از سال ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۱ از است که برای محاسبات مورد استفاده قرار می‌گیرد. در تحقیق حاضر برای بدست آوردن داده‌های اصلی مورد نیاز یا همان قیمت روزانه از نرم افزار TseClient2.0 Beta استفاده شده است که البته بازده روزانه با استفاده از برنامه Excel قابل محاسبه خواهد بود. بازده روزانه مورد استفاده در تحقیق را می‌توان با استفاده از قیمت تعدیل شده در روز K و $K+1$ ام مطابق فرمول ذیل محاسبه نمود. از آنجا که بازده روزانه یکایک شرکتهای مورد نیاز است تا محاسبه نوسان بازده انجام شود، سایر رابطه‌ها که براساس متغیرهایی چون شاخص کل قیمت محاسبه می‌گردند مناسب این تحقیق نمی‌باشند.

$$R_K = (P_{k+1} - P_k) / P_K \quad (1)$$

۳-۱- مراحل اجرایی پژوهش

این تحقیق طی پنج مرحله زیر قابل انجام است:

مرحله اول: دستیابی به داده‌های مورد نیاز یعنی قیمت روزانه پنجاه شرکت برتر بورس که از طریق سایت بورس وبا استفاده از نرم افزار TseClient2.0 Beta در طول پنج سال انجام گرفته است.
مرحله دوم: تخمین نوسان بوسیله مدل گارچ با استفاده از نرم افزار Eviews، تخمین نوسان بوسیله حرکت براونی با استفاده از برنامه Excel، و تخمین نوسان بوسیله حرکت براونی کسری با استفاده از برنامه matlab.

مرحله سوم: مقایسه عملکرد سه مدل با استفاده از معیار سنجش خطای MSE
 مرحله چهارم: مقایسه عملکرد سه مدل با استفاده از معیار سنجش خطای RMSE
 مرحله پنجم: مقایسه عملکرد سه مدل با استفاده از معیار سنجش خطای MAE

۳-۲- مدل‌های پژوهش

پیشینه حرکت براونی در بازارهای مالی

در تاریخ علم قرن بیستم نام‌های بزرگی با پژوهش‌های مربوط به حرکت براونی گره خورده است؛ نام‌هایی چون اینشتین، وینر، کولموگروف، لوی، ایتو،... مندلیبرات و فاما نیز طی بررسی‌های انجام شده در زمینه گشت تصادفی در زمینه نوسان بازار سهام و با استفاده از مدل‌های اقتصاد سنجی به نتایج موازی با بقیه تحقیقات رسیدند.

حرکت براونی سنگ بنای نظریه مدرن احتمال، آنالیز تصادفی و معادلات دیفرانسیل تصادفی است. حرکت براونی (فرآیند وینر یا گشت تصادفی)، بیان ریاضی حرکت تصادفی ذرات معلق در مایعات یا گازها می‌باشد. در سال ۱۹۰۵ آلبرت اینشتین با استفاده از مفهوم فوق به تایید وجود اتم و مولکول‌ها پرداخت. از کاربردهای بسیار مهم حرکت براونی در دنیای واقعی بیان نوسانات سهام می‌باشد. حرکت براونی ساده‌ترین دسته از مجموعه متغیرهای تصادفی پیوسته می‌باشد. در سال ۱۹۹۰ لوئیس بچلایر در رساله دکتری خود با استفاده از حرکت براونی به تحلیل فرآیند تصادفی قیمت سهام پرداخت.

تخمین نوسان با مدل حرکت براونی

همانطور که قبلاً گفته شد، فرض خواهد شد که قیمت‌های سهام تصادفی اند. رفتار تصادفی در پرش یا حرکت قیمت سهام، مفهوم حرکت براونی را برای ما یادآوری می‌کند. تخمین نوسان از مدل ریاضی قیمت‌های سهام می‌آید. مدل ریاضی بر اساس ۴ فرض زیر در مورد قیمت‌های سهام و حرکت‌های قیمت سهام می‌باشد [۱۳].

۱. نوسان ثابت است. ۲. قیمت‌های سهام نمی‌تواند منفی گردد (قیمت سهام به صفر می‌تواند برسد، ولی کمتر از آن نمی‌گردد). ۳. قیمت سهام یک متغیر تصادفی نرمال است. ۴. قیمت جاری سهام، ویژگی مارکف را دارد چرا که قیمت جاری آن بصورت مستقل از تمام قیمت‌های گذشته است.

$$\frac{ds(t)}{st} = \mu \cdot dt + \sigma \cdot dx \quad (2)$$

$$S_{i+1} = S_i + S_i \cdot \mu \cdot dt + S_i \cdot \sigma \cdot dx \quad (3)$$

$$R_i = (S_i - S_{i-1}) / S_{i-1} \quad (4)$$

$$R_t = \sum_{i=1}^{n_i} R_{I,t} \quad (5)$$

$$R_t^m = \frac{1}{N_i} \sum_{i=1}^{N_i} R_{i,t}$$

$$\sigma_m^2 = \frac{1}{(N_i - 1) \cdot dt} \sum_{i=1}^{N_i} (R_{i,t} - R_t^m)^2 \quad (6)$$

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_m^2} \quad (7)$$

R_i : بازده روزانه

N_i : تعداد روزهای کاری در ماه

R_t : بازده ماهانه

R_t^m : میانگین بازده روزانه در طول ماه t

$\sigma_M^2 t$: مقدار واریانس بازده های روزانه در ماه

σ_M : انحراف معیار یا نوسان

حرکت براونی کسری^۲ و کاربردش در مالی

مندلبرات (۱۹۶۳) و مندلیبرات و تیلور (۱۹۶۷)، از اولین کسانی بودند که توزیع غیرنرمال بازده‌های سهام را مورد توجه قرار دادند. در واقع آنها مشاهده کردند که رفتار کسری در قیمت‌های سهام وجود دارد. تئوری کسری^۳ که توسط مندلیبرات معرفی شد، برای توصیف چیزها یا جزءهایی که ساختاری مشابه کل دارند^۴، بکار گرفته شد. ساختار کسری بازار با بکارگیری شرایط خودمانایی^۵ نشان داده شد. با متمرکز شدن بر تغییرات قیمت ماهانه پیاپی، ما می‌توانیم به ساختار تغییرات قیمت هفتگی پی‌درپی و بطور مشابه، ساختار تغییرات قیمت روزانه پیاپی نیز پی ببریم. مزیت چنین نگرشی این است که ما می‌توانیم تغییرات قیمت را در مقیاس‌های مختلف و درجات مختلف نتیجه‌گیری، تجزیه و تحلیل کنیم. نتایج مقایسه می‌شوند، سپس بر اساس تجزیه و تحلیل حرکت محلی بازار می‌توان تغییرات حرکت جهانی را با مقیاس یا پارامتر خودمانایی تجزیه و تحلیل کرد.

تخمین نوسان بامدل حرکت براونی کسری

حرکت براونی کسری که توسط مندلیبرات و وان‌نس در سال ۱۹۶۸ معرفی شد، با تغییر توان از $H=1/2$ به هر عدد حقیقی در محدوده $0 < H < 1$ تعمیم حرکت براونی است و بوسیله رابطه زیر نشان داده می‌شود.

$$B_H(t) = B_H(0) + \frac{1}{\Gamma(H+1/2)} \int_0^t k(t-t') dB(t') \quad (8)$$

اگر $H=1/2$ ، $B_H(t)$ با حرکت براونی $B(t)$ مطابقت می‌کند. حرکت براونی کسری، فرآیند خودمانایی می‌باشد چون

$$\forall \alpha > 0 \quad B_{H\alpha}(t) \sim \alpha^H B_H(t) \quad (9)$$

ثابت H ، علامت تغییرات افزایش و آینده را تعیین می کند. زمانی که H بزرگتر از 0.5 باشد، کوواریانس مثبت است که به این معناست که فرآیند پیوسته می باشد و حرکت براونی کسری، وابستگی بلندمدت دارد. زمانی که H برابر 0.5 باشد، کوواریانس صفر است و زمانی که H کوچکتر از 0.5 باشد، کوواریانس منفی است که به این معناست که فرآیند ناپیوسته است. در واقع این ویژگیها، خصوصیات جالب توجه ای برای حرکت براونی کسری می باشد. زمانی که روند افزایشی گذشته دلالت بر روند افزایش آینده باشد، فرآیند پیوسته است و زمانی که روند کاهشی گذشته دلالت بر روند افزایشی در آینده باشد، فرآیند ناپیوسته است.

B_H حرکت براونی کسری با تابع نمایی H می باشد که H مخالف $1/2$ می باشد ($H \neq 1/2$)

مدل براونی کسری بصورت رابطه زیر است :

$$\frac{dS(t)}{S(t)} = \mu dt + \sigma dB_H(t) \quad (10)$$

$$dS(t) = \mu S(t)dt + \sigma S(t)dB_H(t) \quad S(0) = S_0 \quad (11)$$

$$S(t) = S_0 \exp(\sigma B_H(t) + \mu(t) - \frac{1}{2}\sigma^2 t^{2H}) \quad (12)$$

$$X(t) = \ln\left(\frac{S(t)}{S_0}\right) \quad (13)$$

$$X(t) = \sigma B_H(t) + \mu(t) - \frac{1}{2}\sigma^2 t^{2H}, t \geq 0 \quad t_k = \frac{KT}{n}, K = 0, 1, \dots, n \quad (14)$$

که در آن

$S(t)$: قیمت شبیه سازی شده سهام در زمان t

نرخ رشد متوسط قیمت دارایی

dt : تغییر در زمان (بازه زمانی)

نوسان بازدهی کل قیمت تعدیل شده

$dB_H(t)$: تغییر تصادفی با میانگین صفر و انحراف معیار dt^H

پیشینه گارچ در بازارهای مالی

در مدل های اقتصاد سنجی مقطعی، ثابت بودن واریانس جملات اختلال همواره یکی از فروض کلاسیک به حساب آمده است. انگل برای رهایی از این فرض محدود کننده مدل جدیدی موسوم به آرچ را پیشنهاد کرد. در این مدل فرض بر این است که جمله های اختلال مستقل از هم با میانگین صفر هستند، ولی واریانس آنها با فرض وجود اطلاعات گذشته خود متغیر شکل می گیرد. یکی از دلایل استفاده از مدل های آرچ وجود خطاها پیش بینی کوچک و بزرگ در خوشه ها یا اقتصاد (مانند نرخ ارز، تورم و سهام) است؛ به

طوری که ممکن است هر سری گفته شده طی سالهای مختلف رفتارهای متفاوتی را از خود به نمایش بگذارد. در واقع با مدل‌های آرچ می توان روند واریانس شرطی را با توجه به اطلاعات گذشته توضیح داد.

تصریح فرآیند GARCH(p,q) به صورت زیر می باشد:

$$\delta_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \delta_{t-j}^2 \quad (15)$$

$$E(\varepsilon_t / \varepsilon_{t-1}) = 0 \quad (16)$$

که $\omega, \alpha_1, \dots, \alpha_q, \beta_1, \dots, \beta_p$ پارامترهای هستند که بایستی برآورد شوند. تعداد وقفه های جملات اخلاص است. تعداد وقفه واریانس شرطی است. اغلب در عمل الگوی گارچ (1 و 1) برآورد می شود. برای بررسی اینکه چرا گارچ به آرچ ترجیح داده می شود، الگوی گارچ (1 و 1) را در نظر گرفته شده است.

$$\delta_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 \delta_{t-1}^2 \quad (17)$$

با جایگذاری δ_{t-1}^2 داریم

$$\delta_t^2 = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 (\omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-2}^2 + \beta_1 \delta_{t-2}^2) \quad (18)$$

با ادامه روند فوق معادله زیر بدست می آید:

$$\delta_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^{\infty} \beta_1^i \omega + \alpha_1 \sum_{j=1}^{\infty} \beta_1^{i-1} \varepsilon_{t-1}^2 \quad (19)$$

که رابطه اخیر معادله الگوی آرچ (20) است. بنابراین می توان نتیجه گرفت الگوی گارچ در مقایسه با الگوی آرچ بهتر است.

تخمین نوسان با مدل گارچ

استفاده از مدل تعمیم یافته ی آرچ یا مدل به $GARCH(p,q)$ صورت روابط زیر است. این مدل به وسیله ی بولرسلو در سال ۱۹۸۶ مطرح شده است.

$$y_t = X_{kt} \alpha_k + \varepsilon_t \quad (20)$$

$$\varepsilon_t = \vartheta \sqrt{h_t} \quad (21)$$

در رابطه ی فوق h_t نشانگر تابع واریانس های شرطی و به صورت رابطه ی زیر است

$$h_t = \gamma_0 + \sum_{i=1}^p \gamma_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \phi_j h_{t-j}$$

$$= \gamma_0 + \gamma(L) \varepsilon_t^2 + \phi(L) h_t^2 \quad (22)$$

در رابطه ی فوق $\gamma(L) \varepsilon_t^2$ عبارت $GARCH$ با مرتبه p و عبارت $Arch$ با مرتبه q است.

$$\gamma_0 > 0, \gamma_i \geq 0 \quad i=1, \dots, p$$

$$\phi_j \geq 0 \quad j=1, \dots, q \quad (23)$$

در اغلب موارد، مدل ساده ی $GARCH(1,1)$ توضیح دهنده ی خوبی از انواع نوسانات است کایادو، (۲۰۰۴) در این مطالعه از مدلسازی $GARCH(1,1)$ استفاده شده است. [۱۲] این مدل رایج ترین مدلها در مدلسازی سری های زمانی مالی با تناوب بالا است.

در مدل $GARCH(1,1)$ پیش بینی واریانس های تغییر زمانی به واریانس وقفه دار داراییها وابسته است. هر افزایش یا کاهش غیرمنتظره ی بازده، در زمان باعث افزایش تغییرپذیری مورد انتظار در دوره ی آینده می شود. مطابق با رابطه ی (۲۲) در مدل $GARCH(1,1)$ مقدار ht به صورت رابطه ی زیر نشان داده می شود.

$$h_t = \gamma_0 + \gamma_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \phi_1 h_{t-1}$$

$$\gamma_0 > 0, \gamma_1 > 0, \phi_1 > 0 \quad (24)$$

که در آن ε_{t-1}^2 نشان دهنده ی $ARCH$ و h_{t-1} نشان دهنده ی عبارت $Garch$ است.

در حالت $1 < \gamma_1 - \phi_1$ واریانس غیرشرطی ε_t به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$var(\varepsilon_t) = \frac{\gamma_0}{1 - \gamma_1 - \phi_1} \quad (25)$$

در این حالت، ضرایب مدل به آسانی قابل تفسیر است. با تخمین γ_1 اثر اتفاقا تجاری بر واریانس شرطی در نظر گرفته می شود و با تخمین ϕ_1 اثری بودن نوسانات در شوک یا اثر اتفاقات قبل بر نوسانات قابل محاسبه است. حاصل جمع γ_1 و α_1 نرخ پاسخ به نوسانات است. هرچه این نرخ به عدد یک نزدیکتر باشد، اثر پاسخ به شوکها و نوسانات دیرتر از بین می رود.

۳-۳- روشهای تجزیه و تحلیل اطلاعات

تجزیه و تحلیل داده ها فرآیندی چند مرحله ای است که طی آن داده هایی که از طریق بکارگیری ابزارهای جمع آوری در نمونه آماری فراهم آمده اند دسته بندی و پردازش می شوند تا زمینه برقراری انواع تحلیلها و ارتباط ها بین این داده ها به منظور آزمون فرضیه ها فراهم آید. مقایسه مدل های براونی و براونی

کسری و مدل گارچ و بر اساس توضیحاتی که آورده شد، با استفاده از معیارهای MAE, RMSE, MSE می شود.

بررسی معیارهای MAE, RMSE, MSE

به منظور مقایسه قدرت پیش بینی مدل‌ها از معیارهای میانگین مربع خطا (MSE) و میانگین قدرمطلق انحراف (MAE)، وریشه میانگین مربع خطا (RMSE) استفاده شده است.

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^H (y_i - \hat{y}_i)^2}{H} \quad (26)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^H (y_i - \hat{y}_i)^2}{H}} \quad (27)$$

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^H |y_i - \hat{y}_i|}{H} \quad (28)$$

در روابط فوق y_i مقدار واقعی \hat{y}_i مقدار پیش بینی شده است. H نیز تعداد دوره های پیش بینی است.

۵- یافته های پژوهش

تجزیه و تحلیل داده های پژوهش حاضر، پس از انجام تخمین با استفاده از مدل حرکت براونی، براونی کسری و مدل گارچ مرحله نهایی و انجام آزمون های مقایسه ای نتایج لازم برای انتخاب مدل برتر در جدول زیر ارایه شده است. که در جدول اسامی ۵۰ شرکت برتر بورسی و محاسبات انجام شده توسط آزمون های MAE, MSE, RMSE برای مدل حرکت براونی، براونی کسری و مدل گارچ به تفکیک و نهایتاً معرفی مدل برتر توسط آزمون مربوطه آمده است. در انتخاب این سه آزمون برای مقایسه نتایج دیدگاههای مختلف در نظر گرفته شده است. در معیار RMSE برآوردهایی با فاصله و کمی دورتر، حتی در یکی از مشاهدات و در مقایسه با برآورد اصلی ملاک تاثیرگذاری قرار گرفته و بزرگنمایی این انحراف مورد توجه خواهد بود. و هر قدر مقدار این معیار و همچنین ریشه دوم میانگین مربعات خطا کمتر باشد صحت روش بیشتر است. از نظر تئوری هرگاه این معیار برابر صفر شود نمایانگر این است که مقدار تخمین زده شده یک کمیت دقیقاً برابر مقدار واقعی آن است و واضح است که در MSE انحراف موجود مانند RMSE مورد تعدیل واقع نشده است و دیدگاه بعدی که میتواند مبنای انتخاب معیار باشد، انحراف محدود کلیه مشاهدات است که در معیار MAE فرموله شده است. که در حقیقت در پژوهش موجود برای بالا بردن ضریب اطمینان در انتخاب برترین تخمین نوسان بازده، از هر سه معیار و با توجه به طیف وسیع از ویژگی داده ها استفاده شده است. بر اساس مطالب ذکر شده، می توان با شمارش اعداد و بدست آوردن بیشترین تعدادی که یک مدل به خود اختصاص می دهد، مدل مربوطه را به عنوان مدل کارا تر معرفی کرد. که در سطر انتهایی هر جدول تعداد تکرار و مدل کارا تر آورده شده است. لازم به ذکر است در هر سطر که مربوط به شرکتی خاص می

باشد، عدد مربوط به مدلی که کمترین مقدار برآورد را دارد به عنوان مدل شایسته در ستون مربوطه آورده شده است. یعنی مدلی که کوچکترین مقدار را دارد کمترین خطا را داراست و مدل مناسبتری است. بر این اساس، شمارش اعداد کوچکتر حاصل از آزمونهای مربوطه برای مدل گارج، براونی و براونی کسری انجام شد که به وضوح بیانگر نتایج مقایسه ای آزمون برای مدل‌های مذکور است. بدین منظور هر بار در هر آزمون دوجه دو مدلها مورد بررسی قرار گرفته و کارایی مدل تأیید شد. در روند اجرای این پژوهش سه فرض اصلی عنوان شده که عبارتند از: ۱- عملکرد دو مدل متفاوت است و مدل براونی کسری در تخمین نوسان از مدل گارج بهتر است. ۲- عملکرد دو مدل یکسان نیست و مدل براونی در تخمین نوسان از مدل گارج بهتر است. ۳- عملکرد دو مدل متفاوت است و مدل براونی کسری در تخمین از مدل براونی بهتر است.

با توجه به پژوهش حاضر، آزمون RMSE فرضیه اول و دوم را رد و فقط فرضیه سوم مورد تایید قرار گرفته و نتیجه برتری براونی کسری حاصل شد. و همچنین با آزمون MAE سه مدل مورد بررسی قرار گرفته که صحت هر سه فرضیه پژوهش را نتیجه داده است. و آزمون MSE با بررسی مدل‌های تخمین پژوهش در عملیات مقایسه ای فرض سوم را مورد تایید قرار داده و دوفرضیه اول را رد کرده است.

جدول: اطلاعات حاصل از آزمونها

مدل برتر	معیار MSE			مدل برتر	معیار MAE			مدل برتر	معیار RMSE			شرکت ها
	۱. گارج	۲. براونی	۳. براونی کسری		۱. گارج	۲. براونی	۳. براونی کسری		۱. گارج	۲. براونی	۳. براونی کسری	
1	189.6406	6008.328	13044.57	1	394.0629	484.7896	789.8994	1	13.77101	77.51341	114.2128	اخابر
2	85844.18	75298.28	995093.9	2	44722.39	1630.573	7044.131	2	292.9918	274.4053	997.5439	بترانس
1	40482.77	1485789	1907845	2	59446.43	7051.601	9751.497	1	201.2033	1218.93	1381.248	پاسا
3	1210.884	1920.467	265.5893	3	3319.484	223.1005	107.3508	3	34.79776	43.82314	16.29691	پردیس
1	65.31971	22669.02	6708.107	1	97.46792	971.2426	579.1365	1	8.082061	150.5623	81.90303	ثباباد
1	718.9888	17781.48	15672.25	2	4710.589	913.8364	879.6876	1	26.81397	133.3472	125.1889	نشاهد
1	10433.16	158436.2	29634.86	3	13310.3	2557.703	1215.049	1	102.1428	398.0404	172.1478	ثمسکن
1	105.7559	12198.13	1526.083	1	220.2854	641.214	259.8063	1	10.28377	110.4451	39.06511	ثنوسا
3	135084.5	330507.5	18609.88	3	272717	4060.939	964.315	3	367.5385	574.8978	136.418	حفاری
1	4550.652	71868.51	125391.7	2	6272.842	1801.457	1950.764	1	67.45852	268.083	354.1069	خاذین
1	5697.385	87636.75	75487.87	2	12595.57	1731.187	1910.003	1	75.48102	296.035	274.7506	خپارس
3	29187.64	53739.14	4918.106	3	23323.65	1473.997	488.2866	3	170.8439	231.817	70.12921	خساپا
3	1.86E+15	2935.263	634.5934	3	5.86E+15	340.5636	143.8233	3	4312665	54.17806	25.19114	خودرو
3	1634386	64116.9	26912.35	3	999872.8	1495.383	1123.885	3	1278.431	253.2132	164.0499	دجابر

مدل برتر	معیار MSE			مدل برتر	معیار MAE			مدل برتر	معیار RMSE			شرکت ها
	۱. گارچ	۲. براونی	۳. براونی کسری		۱. گارچ	۲. براونی	۳. براونی کسری		۱. گارچ	۲. براونی	۳. براونی کسری	
1	18088.58	29911.22	929916.4	1	851.1023	1117.618	6800.121	1	134.4938	172.9486	964.3217	درازک
3	2986536	3603432	414843.7	3	9607575	9082.61	3669.847	3	1728.16	1898.271	644.0836	رانفور
1	245088.1	4782635	384551.6	3	404734.9	13036.83	4037.108	1	495.0637	2186.924	620.1222	رتکو
1	52687.91	3488698	1282667	2	45666.77	11234.03	7971.163	1	229.5385	1867.806	1132.549	سدور
3	213204.1	647050.5	4082.644	3	449568.1	5239.084	292.6213	3	461.7403	804.3945	63.89557	سفارس
2	3.43E+23	9229.146	20816.6	2	1.44E+24	584.4348	913.4886	3	5.86E+11	96.06845	144.2796	غازر
3	3.43E+23	17641.16	2606.962	3	1.44E+24	845.5396	300.7774	2	5.86E+11	132.82	51.05842	فاذر
2	1097501	28296.77	138221.9	3	2208456	992.8821	2560.762	2	1047.617	168.2164	371.7821	فاسمین
2	2422.236	2291.727	285957.8	2	7361.212	285.6347	3780.965	2	49.21622	47.87198	534.7503	فباهتر
2	1863095	283.4289	2807.474	2	4011079	101.4842	330.6729	2	1364.952	16.83535	52.9856	فولاد
2	14501.17	10860.37	185407.4	2	17384.98	679.0474	3040.653	2	120.4208	104.2131	430.5895	کپشیر
1	18328.4	27689.46	152949.4	2	44188.31	1088.422	2461.547	1	135.3824	166.4015	391.0875	کپچینی
2	5.92E+11	9006.326	72665.12	2	1.57E+12	547.604	1744.477	2	769645.3	94.90166	269.5647	کساوه
2	221247.1	75118.79	1010378	2	513129	1393.134	6774.153	2	470.3691	274.0781	1005.176	کسرا
1	7454.418	44652.76	48143.84	3	15900.96	1421.12	1332.53	1	86.33897	211.312	219.417	کسعدی
1	15979.25	179523	23847.37	3	24125.66	2819.525	1089.999	1	126.4091	423.7015	154.4259	کفرا
1	2505.376	1606.508	17335.25	2	3514.382	224.7675	909.2118	1	50.05373	40.08126	131.6634	کهرام
1	739.7369	28717.55	13413.64	3	5441.604	1186.084	735.0575	1	27.1981	169.4625	115.8173	وبشهر
1	2.177715	237.216	1362.217	1	36.58692	89.04866	259.9016	1	1.475708	15.40182	36.90822	وبهمن
1	5117.063	22106.29	25163.48	2	20641.86	1021.521	1119.175	1	71.53365	148.6818	158.63	وپارس
3	34396.13	117272.8	29269.07	3	70077.44	2401.867	1204.611	1	185.4619	342.4511	171.0821	وپاسار
3	58792.47	23684.64	15398.8	3	18458.73	1042.748	872.5265	3	242.4716	153.8981	124.0919	وپترو
3	39511.81	49322.42	20146.19	3	80401.06	1567.552	1003.023	3	198.7758	222.0865	141.9373	وتجارت
1	2147.951	122241.8	5661.362	3	6264.983	2286.098	478.2674	1	46.34599	349.6309	75.24202	وتوشه
3	929.45	3642.739	181.0302	1	892.4999	332.2039	93.99955	3	30.48688	60.35511	13.45475	وتوسا
1	173.1942	3123.088	11155.52	2	844.8114	339.2438	670.2618	1	13.16033	55.88459	105.6197	وساخت
3	2.99E+14	5378.07	221.0165	3	9.82E+14	479.5827	98.35555	1	1729715	73.33533	14.86662	وسپه
2	13758.02	1509.207	35614.99	2	24111.53	231.4714	1333.508	2	117.2946	38.84852	188.7193	وسینا
3	37386.86	23240.3	1259.111	3	33100.49	1044.245	215.9534	3	193.3568	152.4477	35.48395	وصنعت
1	29679.22	43732.07	129940.6	2	59883.6	1192.447	2468.52	1	172.2766	209.1221	360.4728	و غدیر

معیار MSE			معیار MAE			معیار RMSE			شرکت ها			
مدل برتر	۱. گارچ	۲. براونی	۳. براونی کسری	مدل برتر	۱. گارچ	۲. براونی	۳. براونی کسری	مدل برتر		۱. گارچ	۲. براونی	۳. براونی کسری
3	102122.5	139155.6	51376.91	3	514650.2	2583.48	1531.06	3	319.5661	373.0356	226.6647	ولساپا
2	1726.636	1434.236	7981.579	2	2287.679	242.717	630.1148	2	41.55281	37.87131	89.33968	ولغدر
1	77.60952	371.0879	917.6726	2	359.4573	117.7963	213.6632	1	8.809627	19.26364	30.29311	وملت
3	3.34E+22	45933.57	4228.063	3	1.46E+23	1457.596	459.7229	3	1.83E+11	214.3212	65.02356	ونفت
3	22808361	101639.6	42791.27	3	50091953	2062.623	1458.031	3	4775.81	318.8097	206.8605	ونوین
3	1.77E+09	6345.863	3375.089	3	4.48E+09	548.9755	408.7123	3	42029.46	79.66092	58.09551	ونیکی
بیشترین تکرار عدد ۱ است بنابراین مدل گارچ برتر است			بیشترین تکرار عدد ۲ است بنابراین مدل براونی برتر است			بیشترین تکرار عدد ۱ است بنابراین مدل گارچ برتر است						

۶- نتیجه گیری و بحث

با توجه به نبود مطالعات تجربی انجام شده در ایران در خصوص برآورد نوسان بازده سهام توسط مدل‌های براونی و براونی کسری و توانایی تخمین آنها، در این مقاله بررسی مقایسه ای مدل‌های براونی و براونی کسری و مدل گارچ در بازار بورس تهران صورت گرفت. لازم به ذکر است که مدل گارچ از رگرسیون کردن داده ها روی مرتبه اصلی خودشان یعنی معادله $Y_t = c + ay_{t-1}$ بدست می آید که در ایوبوز محاسبه میشود و برای پیش بینی به وسیله روش براونی کسری باید شاخص هورست تک تک متغیرها (قیمت سهام هر شرکت) جداگانه برآورد شود. بعد از برآورد شاخص هورست باید یک سری براونی کسری شبیه سازی شود برای این کار از کد های نوشته شده یا از نرم افزار متلب استفاده نمود. حرکت براونی از دو قسمت تصادفی شامل واریانس روزانه و قطعی شامل میانگین بازده روزانه تشکیل شده که با نرم افزار اکسل و ایوبوز محاسبه گردید. نتایج بدست آمده از مقایسه قدرت پیش بینی معیارهای: MAE, MSE, RMS نشان دهنده برتری مدل گارچ نسبت به مدل‌های براونی و براونی کسری به عنوان مدلی کارا تر برای تخمین نوسان بازده سهام و بر اساس شرایط و دوره زمانی انتخاب شده، معرفی کرده است. این در حالی است که نتایج تحقیقات پیشین از جمله مطالعه ماسیمیلیانو فرزا (۲۰۰۹) در بررسی مدل حرکت براونی و حرکت براونی فوق کسری و مدل گارچ نشان داده شد که روش حرکت براونی کسری بخصوص در بازارهای با نوسان زیاد موثرتر است. و هیدوهواو فاناشی (۲۰۱۵) با عنوان قیمت گذاری اختیار معامله در آسیا با استفاده از مدل‌های نوسان کسری انجام گردید اثر مثبت شاخص H و همبستگی بین قیمت دارایی اصلی و نوسان آن رویت گردید. و اثبات شد که شاخص هارست و همبستگی زمانی که ویژگی حافظه بلندمدت غالب است تاثیر بزرگی روی انحنای جولگی نوسان دارد و تاکایوکی موریموتو (۲۰۱۵) با پژوهشی با عنوان انتخاب روش قیمت گذاری اروپایی با استفاده از حرکت براونی کسری و با اپلیکشن نوسان واقعی توانست خصوصیات وابستگی مرتبه بالایی را در سری زمانی نشان دهد که بطور تجربی به این نتیجه رسید که معادله تفاضلی بلک شولز دارایی اصلی پیرو حرکت براونی

کسری با هارست $H \neq 1/2$ به خوبی تعریف نمی شود به این علت که حرکت براونی کسری یک نیمه مارتینگل نیست و پیشنهاد داد که تخمین قیمت گذاری مانند سابق با روش فرمول بلک شولز انجام گردد. همچنین در مطالعه دیگری نظیر پاشایی و همکاران (۱۳۸۹) در بررسی مقایسه ای مدل‌های براونی و براونی کسری نشان می دهد عملکرد مدل براونی از مدل براونی کسری بهتر بوده است. و خواجوند و بکی حسکویی (۱۳۹۳) در پژوهشی با عنوان پیش بینی بازارهای آتی های نفت با استفاده از مدل‌های گارچ و مدل‌های تغییر رژیم مارکوف گارچ پرداختند و با پیگیری هایی در افق زمانی یک روزه تا یک ماهه عملیات مقایسه ای را انجام دادند و نتیجه تحلیل و بررسی های تجربی شان نشان داده که طبق مجموعه گسترده‌ای از توابع زبان آماری مدل‌های MRS-GARCH عملکرد بهتری نسبت به GARCH استاندارد در پیش بینی نوسانات در افق زمانی کوتاهتر دارند و در افق های زمانی طولانی تر مدل‌های GARCH نامتقارن استاندارد بهتر عمل می کنند. و خواجوه حق وردی و همکاران (۱۳۹۴) در پژوهشی جهت برآورد ارزش در معرض خطر سبد سرمایه گذاری شامل سکه و شاخص بورس با استفاده از مدل‌های GARCH و GARCH چند متغیره استفاده شده است و نتایج حاصله بیانگر این موضوع است که مدل GARCH چند متغیره نتایج دقیقتر و بهتری را در مقایسه با مدل‌های GARCH برای محاسبه ارزش در معرض خطر سبد سرمایه گذاری نشان میدهد.

در پایان میتوان استفاده از مدل گارچ را به عنوان یک روش مناسب در تخمین و پیش بینی نوسان بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران جهت استفاده سیاستگذاران و تصمیم گیرنده گان بازار سرمایه به منظور اعمال پیش بینی های هرچه دقیقتر و نیز بکارگیری سرمایه گذاران جهت کسب منافع حاصل از اتخاذ تصمیمات سرمایه گذاری مناسب به کمک پیشبینی های کاراتر، معرفی نمود. و نهایتاً به پژوهشگران آینده می توان عناوین زیر را پیشنهاد نمود:

- ۱) از آنجا که بازار سهام ماهیتی متغیر دارد و در هر کشور و هر بازه زمانی رفتاری متفاوت از خود نشان می دهد، اولین پیشنهاد می تواند انجام تحقیقی مشابه در دوزه زمانی متفاوت و یا در بازاری غیر از بازار بورس اوراق بهادار تهران باشد.
- ۲) رفتار نوسان به صورت روزانه و ماهیانه و نیز در کوتاه مدت و بلندمدت متفاوت بوده، بنابراین ممکن است که عملکرد مدل‌های براونی و براونی کسری در خصوص تخمین نوسان تحت تاثیر این عامل قرار گیرد. از این رو پیشنهاد می گردد که در مطالعات بعدی این موضوع بیشتر مورد کنکاش قرار گیرد.
- ۳) برای پیدا کردن سهام زیر قیمت می توان از نظریه ارزش انتهایی یا ارزش فرین (extreme value) یا خوشه‌های کهکشانی درخشان و بازار سرمایه استفاده کرد.
- ۴) اختیارها قراردادهای خاصی هستند که به دارنده آن حق خرید یا فروش دارایی را به قیمت توافقی در تاریخ مشخص یا قبل از آن تاریخ اعطا می کند. اختیارها از سال ۱۹۷۳ در بازار های سازمان یافته معامله می شوند. قیمت گذاری اختیار خرید و فروش سهام در بازار های مالی و سرمایه ای با استفاده از حرکت براونی قابل انجام است.

۵) در سالهای اخیر فیزیکدانها کاربرد مفاهیم و شیوه‌های فیزیک آماری را در حل مسایل اقتصادی آغاز نموده اند. واژه اقتصاد-فیزیک (Econophysics) نامی است که برای این حوزه استعمال می‌شود. بیشتر کارهای انجام شده بر فهم خواص آماری سری‌های زمانی مالی متمرکز بوده است. دلیل این توجه پیچیدگی تعاملات در بازارهای مالی و وجوه گستره وسیعی از داده‌های موثر در رفتار آن است. در کارهای انجام شده در این رشته شباهتهایی بین نوسانات قیمت سهام و زلزله یافته است. همانند زلزله در نوسانات بازار سهام، لرزه‌های کوچک به لرزش‌ها و نوسانات بزرگ همانند سقوط و ویرانی بازار منجر می‌شود. استفاده از مدل‌های موجود در اقتصاد-فیزیک برای فهم نظم نوسانات بازار ایران می‌تواند موضوع تحقیق جداگانه‌ای باشد.

۶) از آنجا که رابطه متقابل فیزیک و مالی کم‌کم شتاب می‌گیرد و نیز تحقیق انجام شده کاربرد فیزیک در امور مالی (فیزیک مالی) می‌باشد، پیشنهاد می‌گردد به سایر کاربردهای مباحث فیزیک در بازار سهام مانند مکانیک آماری، نظریه نشت یا تراوش (percolation theory)، نظریه های اندازه‌گیری gauge (مکانیک کوانتومی)، معادلات تعادل گرمایی (heat diffusion equation) در ترمودینامیک که برای محاسبه ارزش اختیار معامله سهام به کار می‌رود، فنون انتگرال گیری مسیری (path integral technique) که برای محاسبه ارزش مشتقه‌های مالی به کار می‌رود و سایر موارد در بازار اوراق بهادار تهران در قالب تحقیق پرداخته شود

فهرست منابع

- * بادی، کین و مارکوس، (۱۳۹۳)، مدیریت سرمایه گذاری (جلد اول)، ترجمه: شریعت پناهی، مجید؛ فرهادی، روح اله؛ ایمنی فر، محمد، (چاپ دوم)، انتشارات بورس.
- * پاشاهی، طیبه. (۱۳۸۹)، مدل‌سازی و تخمین نوسان بازده سهام در بورس تهران بر اساس حرکت براونی و براونی کسری. پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد بابل
- * خواجهوند، فاطمه. (۱۳۹۳). پیش بینی نوسانات بازارهای آتی نفت با استفاده از مدل‌های گارج و مدل‌های تغییر رژیم مارکف گارج. فصلنامه دانش مالی تحلیل اوراق بهادار. سال هفتم، شماره ۲۱.
- * خواجه حق وردی، سروش و اسماعیلی، محمدرضا، راعی، رضا (۱۳۹۴)، محاسبه ارزش در معرض خطر سبد سرمایه گذاری سکه و شاخص بورس؛ مقایسه دو روش GARCH و GARCH چند متغیره، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۲۵
- * خلیلی، یوسف؛ (۱۳۸۳)، پیش بینی واریانس سهام در گروه شرکتهای سرمایه گذار با استفاده از مدل GARCH، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبایی.
- * شیروانی فخر زهره و داورزاده مهتاب. ۱۳۸۵. بررسی میزان اثر پذیری شاخص قیمت سهام بورس اوراق بهادار تهران از قیمت جهانی نفت و طلا (مدلسازی و پیش بینی). دانشگاه اصفهان.

- * فعالیت وحید (۱۳۸۳). بررسی کارایی و نوسانات در بورس اوراق بهادار تهران، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشکده اقتصاد دانشگاه تهران، تابستان.
- * فیض آباد. آرش. ۱۳۸۸. مدل‌سازی نوسان در بورس اوراق بهادار تهران. تحقیقات مالی. دوره ۱۱. ۹۷-۱۱۰.
- * میرلوحی، سیدمجتبی (۱۳۸۶) "تجزیه و تحلیل نوسان در بازار سهام با بهره‌گیری از اندازه‌گیری روزانه،" پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه شهید بهشتی،
- * مرشدخانی، رضا؛ (۱۳۸۰)، بررسی رابطه نرخ بازگشت و ریسک در بورس تهران، پایان نامه کارشناسی ارشد، موسسه عالی پژوهش در برنامه ریزی و توسعه.
- * Abken, Peter A. and Saikat Nandi. Dec. (1996). Options and Volatility. Economic Review: 21-35.
- * Akgiray V (1989). "Conditional Heteroskedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts", Journal of Business 62(1): 55-80.
- * Bollerslev, T. (1986). Generalize Autoregressive conditional heteroskedasticity. Journal of Econometrics, 31 pp.307-327.
- * Caiado, J. (2004). "Modelling and Forecasting the Volatility of the Portuguese Stock Index PSI-20", Portuguese Journal of Management Studies.
- * Chris Kinder, (2002), Estimating Stock Volatility, May 7
- * Engle, R., (2002), Frontiers for ARCH Models, Journal of Applied Econometrics, 33, page 425-446.
- * Funahashi. H. (2015), PRICING ASIAN OPTIONS UNDER FRACTIONAL VOLATILITY MODELS, Mizuho Securities Co. Ltd. and Tokyo Metropolitan University. Address: Otemachi First Square. Otemachi, Chiyoda-ku, Tokyo 100-0004, Japan. E-mail: fr021768@yahoo.co.jp.
- * Jose Fajardo, Daniel O. Cajueiro, (2005), Volatility Estimation and Option Pricing with Fractional Brownian motion, IBMECBusinessSchool, RJ. October 27.
- * Jie Zhu (2008) Testing for Expected Return and Market Price of Risk in Chinese A-B Share Market: A Geometric Brownian motion and Multivariate GARCH Model Approach.
- * Ladde, G. S. and Ling Wu, (2009) Development of Modified Geometric Brownian Motion Models by Using Stock Price Data and Basic Statistics, Nonlinear Analysis in press, Available online 24 January.
- * Lean HooiHooi and Russell Smyth, (2005), Do Asian Stock Markets Follow a Random Walk? ABERU Discussion Paper 11.
- * Lihn, Stephen H., (2006), Stephen Lihn Partnership LP Prospectus, NASD Repository.
- * Lintner, John. (1965b). Security Prices, Risk and Maximal Gains from Diversification. Journal of Finance. December, 20, pp. 587-615.
- * Magdon-Ismael and Amir F Atiya, (2003), A Maximum Likelihood approach to volatility estimation for a Brownian motion using the high, low, and close.
- * Mandelbrot B.B. and Van Ness J.W., (1968), Fractional Brownian motion, fractional noise and application, SIAM Review, 10, 422-437.
- * Mandelbrot, Benoit B., (1963), The Variation of Certain Speculative Prices, Journal of Business, 36, 394-419.
- * Mandelbrot, Benoit B., and Hudson, Richard L., (2004), The (Mis) Behavior of Markets (Basic Books, New York, NY 10016).
- * Mandelbrot, B. B., Calvet, L., and Fisher, A., (1997), A multiracial model of asset returns, preprint, Cowles Foundation Discussion paper 1164.
- * Massimiliano Frezza, modeling price movements via the multifractional Brownian motion.

- * Merton, R.C., (1990), Continuous-Time Finance, Cambridge, Mass.: Black-Well.
- * Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, 34(4), 768-783.
- * Taylor. S., (1986), Modelling Financial Time Series, New York: Wiley
- * T.E. Duncan, B. Maslowski, B., (2002) Pasik-Duncan, Fractional Brownian motion and linear stochastic equations in Hilbert space, *Stochastic Dyn.* 2 225–250.
- * Takayuki Morimoto. (2015). European Option Pricing under Fractional Brownian motion with an Application to Realized Volatility. Department of Mathematical Sciences, Kwansai Gakuin University
- * Y. Hu (2001) Heat equation with fractional noise potentials, *Appl. Math. Optim.* 43 221–243 Kwansai Gakuin Universities - Department of Mathematical Sciences

یادداشت‌ها

- ¹ Scale-Invariant Brownian Motion
- ² Fractional Brownian Motion
- ³ Fractal Theory
- ⁵ self-similarity

^۴ نشر ایط خودمانابی