



## بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از برنامه‌ریزی توافقی با محدودیت شانس

مجتبی نوری<sup>۱</sup>  
عمران محمدی<sup>۲</sup>

تاریخ دریافت: ۹۶/۱۰/۲۰ تاریخ پذیرش: ۹۶/۱۲/۱۵

### چکیده

یکی از بحث‌های اساسی برای سرمایه‌گذاران موضوع تشکیل پرتفوی بهینه سهام است. در مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری، تصمیم‌گیرنده هم‌زمان با اهداف مختلف و گاه متعارض مانند نرخ بازده، نقدینگی، سود تقسیمی و ریسک مواجه است. در بهینه‌سازی پرتفوی، مسئله اصلی، انتخاب بهینه دارایی‌ها و اوراق بهاداری است که با مقدار مشخصی سرمایه می‌توان تهیه کرد، اما از یک سو، عدم قطعیت‌های مرتبط به هر سهم، و از سوی دیگر چند هدفه بودن مدل انتخاب سبد سهام بهینه، بر پیچیدگی مسئله می‌افزاید. در این مقاله بهینه‌سازی سبد سهام در حالت عدم قطعیت مورد مطالعه قرار گرفته است. رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی برای تبدیل عدم قطعیت به حالت قطعیت و برنامه‌ریزی توافقی برای تک هدفه شدن، به صورت ترکیبی مورد استفاده قرار می‌گیرد. از اطلاعات مربوط به ۲۰ شرکت دارویی از بازار بورس تهران استفاده شده است و اعتبار مدل بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که سبد سهام ارائه شده دارای کارایی بالایی است.

**واژه‌های کلیدی:** برنامه‌ریزی توافقی، محدودیت شانس، بهینه‌سازی سبد سهام، عدم قطعیت، محدودیت سقف و کف.

۱- کارشناسی‌ارشد مهندسی صنایع، دانشکده صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران

۲- استادیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت، تهران، ایران (نویسنده مسئول)  
e\_mohammadi@iust.ac.ir

## ۱- مقدمه

بهینه‌سازی سبد سهام و مدیریت آن، از اصلی‌ترین حوزه‌های تصمیم‌گیری مالی می‌باشد. وجود متغیرهای غیرقابل کنترل، فرآیند تصمیم‌گیری را به کلی تحت تأثیر قرار داده است و این امر برای سرمایه‌گذاران، که در واقع تصمیم‌گیرندگان نهایی برای تخصیص بودجه خود به دارایی‌های مالی در سبد سرمایه‌گذاری می‌باشند، از اهمیت بالایی برخوردار است. شناسایی عوامل دخیل در تصمیم‌گیری سرمایه‌گذار از یک طرف، اندازه‌گیری این عوامل از طرفی دیگر و همچنین چگونگی تأثیر آن‌ها بر امر انتخاب سبد، مشکل اساسی برای تحلیل‌گران مالی می‌باشد (ناصری‌فرد، ۱۳۸۷). مسئله انتخاب سهام شامل ایجاد سبد سهامی می‌شود که مطلوبیت سرمایه‌گذار را حداکثر سازد. روش ایجاد چنین سبد سهامی همواره ذهن محققان و تحلیل‌گران مالی را مشغول کرده است.

بهینه‌سازی سبد سهام<sup>۱</sup>، یکی از مهم‌ترین موضوعات در زمینه مسائل مالی است که در این راستا مدل‌ها و روش‌های متعددی تاکنون توسط محققان مختلف ارائه شده است. از جمله مهم‌ترین و به نوعی تأثیرگذارترین مطالعات صورت گرفته در این حوزه، می‌توان به مدل‌های مارکوویتز (۱۹۵۲) و شارپ (۱۹۶۳) اشاره کرد.

مارکوویتز مدل اساسی سبد سهام را ارائه کرد که این مدل مبنایی برای تئوری مدرن سبد سهام قرار گرفت. وی پیشنهاد داد علاوه بر بازده سرمایه‌گذاری، معیار ریسک نیز در انتخاب دارایی‌ها برای سرمایه‌گذاری در نظر گرفته شود. او به صورت کمی نشان داد که چرا و چگونه متنوع‌سازی سبد سهام، می‌تواند موجب کاهش ریسک سبد سهام سرمایه‌گذار شود و همچنین مفهوم سبد سهام کارا را نیز مطرح کرد. پس از مارکوویتز، شارپ با پیگیری کارهای او و با هدف کاهش میزان محاسبات و برآوردهای مدل مارکوویتز، مدل تک‌شاخصی را ارائه کرد که بازده هر اوراق بهادار را به شاخص بازده بازار مرتبط می‌ساخت. علاوه بر این دو مدل، تاکنون مدل‌های متعدد دیگری نیز ارائه شده است که نقص‌هایی داشتند و هر مدل به منظور بهبود و رفع آن نقص‌ها، جایگزین مدل‌های قبلی شد. با درک این موضوع می‌توان دریافت که همه روزه تلاش‌های گسترده‌ای برای بهبود روش‌های بررسی و تحلیل سهام در بازارهای مالی دنیا صورت می‌پذیرد. تلاش در جهت بهبود روش‌های تجزیه و تحلیل سهام، به ویژه در بازارهایی که شمار سهام در آنها بسیار بالاست، به پدید آمدن روش‌های حل نوینی منجر شده که در کنار روش‌های گذشته، در صدد یافتن پاسخی برای میل به حداکثرسازی سود در بازارهای مالی هستند.

آن چیزی که شرایط را در حل مسائل دشوار می‌کند وجود عدم قطعیت در آن‌ها است. عدم قطعیت را می‌توان عدم اطلاع کامل درباره رخداد آینده توصیف کرد که می‌توان با جمع‌آوری اطلاعات آن را کم کرد؛ اما نمی‌توان آن را حذف نمود. وقوع بحران اقتصادی در سال ۲۰۰۸ باعث شد تا عدم-

قطعیت در مسائل بهینه‌سازی سبد سهام انجام گرفت. سرمایه‌گذار نمی‌تواند میزان دقیق بازدهی یک سهام را پیش‌بینی کند. وجود هر نوع عدم قطعیت در مدل‌سازی بازارهای مالی و عوامل موثر بر آن موجب بروز مقداری ریسک در فرآیند تصمیم‌گیری می‌شود.

در پژوهش حاضر، به دنبال پاسخ به این هستیم که چگونه می‌توان در شرایط عدم قطعیت نسبت به بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری اقدام نمود؟ چگونه می‌توان سبد سهام مناسب با توابع مطلوبیت سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز، ریسک‌پذیر و ریسک‌خنثی پیشنهاد نمود؟ و آیا مدل پیشنهادی می‌تواند در شرایط متغیر بازار، اعتبار بالاتری را از خود نشان دهد؟ به همین سبب از مدل برنامه‌ریزی توافقی با محدودیت‌های شانس استفاده می‌شود و مدل ارائه‌شده به یک مدل تک هدفه قطعی تبدیل می‌گردد. از این مدل برای انتخاب سبد سهام از بین سهام دارویی بورس اوراق بهادار استفاده می‌گردد و نتایج حاصل از آن مورد بررسی قرار می‌گیرد.

## ۲- مروری بر پیشینه پژوهش

در مرور ادبیات، مدل مارکوویتز در بیشتر پژوهش‌ها با اجزای بیشتری مطرح شده است، لای (۱۹۹۱) و پراکاش و همکارانش (۲۰۰۳) جزئیات بیشتری را با در نظر گرفتن چولگی در مدل مارکوویتز قرار دادند و برای حل آن از برنامه‌ریزی آرمانی<sup>۱</sup> استفاده کردند.

استنور و نا (۲۰۰۳) یک طبقه‌بندی در استفاده از تکنیک‌های چندگانه ارائه دادند، در این طبقه‌بندی، در ۶۹ درصد از مقالات منتشر شده، از برنامه‌ریزی آرمانی و برنامه‌ریزی چندهدفه استفاده شده است که ۲۹ درصد از آن در مورد مسئله انتخاب سبد سهام است. برنامه‌ریزی آرمانی و برنامه‌ریزی توافقی<sup>۲</sup> کاربردهای متعددی در زمینه‌های مختلف، مانند مسئله انتخاب پرتفوی که معمولاً با چند هدف متضاد است، دارند. لی و چسیر (۱۹۸۰)، لویاری و آوری (۱۹۸۴)، کومار و همکاران (۱۹۷۸) از برنامه‌ریزی آرمانی در مسئله انتخاب پرتفوی استفاده کردند، در حالی که زلنی (۱۹۸۲) از برنامه‌ریزی توافقی استفاده کرد.

در بسیاری از زمینه‌های تصمیم‌گیری، تصمیم‌گیرنده به راحتی و با دقت می‌تواند مقدار بعضی از پارامترها را تعیین کند، با این حال مقدارشان در مسئله انتخاب پرتفوی، تصادفی است (آئونی، بن عبدالعزیز و مارتل، ۲۰۰۵). برنامه‌ریزی تصادفی<sup>۴</sup> به خصوص مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی چند هدفه برای رفع این مشکل، مورد استفاده قرار می‌گیرد (بن عبدالعزیز و میری، ۲۰۰۱ و زمببا و مالوی، ۱۹۹۸). چندین روش برای حل مدل‌های برنامه‌ریزی تصادفی، مانند روش برنامه‌نویسی دومرحله‌ای تصادفی و رویکرد برنامه‌ریزی با محدودیت‌های شانس توسعه یافته توسط چارلز و کوپر (۱۹۶۳) ارائه شده است. در بین برنامه‌های کاربردی برنامه‌ریزی تصادفی چند هدفه در انتخاب سبد

سهام، آگریکزاک (۲۰۰۰) مدل مارکوویتز را با یک برنامه‌ریزی آرمانی خطی چند معیاره، توسعه داد. در مدل ارائه‌شده توسط شینگ و ناگاساوا (۱۹۹۹)، میانگین و واریانس بازده اوراق بهادار دارای سناریوهایی با احتمالات شناخته‌شده است.

بالسترو و رومرو (۱۹۹۶) یک ساختار برنامه‌ریزی آرمانی تصادفی<sup>۵</sup> بر اساس تابع مطلوبیت و مدل "میانگین-واریانس" ارائه دادند. موهلیم و همکاران (۱۹۷۸) یک ساختار برنامه‌ریزی خطی چند هدفه تصادفی را برای مسئله انتخاب پرتفوی تحت عدم قطعیت توسعه دادند. تمیز و همکاران (۱۹۹۶) یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی دومرحله‌ای برای انتخاب پرتفوی، ارائه دادند. آتونی و همکاران (۲۰۰۵) به‌صراحت، ترجیحات تصمیم‌گیران و برنامه‌ریزی با محدودیت شانس اکتباس یافته را برای مدل برنامه‌ریزی آرمانی تصادفی ارائه داده‌اند. آن‌ها ساختارشان را در یک مثال انتخاب پرتفوی که مقدار آرمانی مرتبط با هر هدف، با توزیع نرمال در نظر گرفته‌شده، نشان داده‌اند. عبدالعزیز و همکاران (۲۰۰۷) مدل پرتفوی با برنامه‌ریزی تصادفی با محدودیت شانس<sup>۶</sup> را ارائه دادند. آن‌ها مدل برنامه‌ریزی توافقی را با مدل تصادفی با محدودیت شانس، ترکیب کردند. عبدالعزیز و ماسری (۲۰۱۰)، یک رویکرد محدودیت شانس و یک روش برنامه‌ریزی توافقی را ارائه دادند که با آن، مدل برنامه‌ریزی تصادفی چند هدفه به مسئله برنامه‌ریزی خطی تک هدفه تبدیل می‌شود. همچنین عبدالعزیز (۲۰۱۲) با بهره‌گیری از مفاهیم بهره‌وری، از برخی از روش‌های برنامه‌نویسی تصادفی چندهدفه استفاده کرد. جیان‌ژو و همکاران (۲۰۱۴) برای مدل‌سازی چند هدفه مسائل تصمیم‌گیری با پارامترهای تصادفی نامشخص، یک کلاس از بهینه‌سازی تصادفی نامشخص برای سیستم‌های تصمیم‌گیری به نام برنامه‌ریزی چند هدفه تصادفی نامشخص پیشنهاد دادند و برای حل برنامه‌ریزی تصادفی نامشخص، برخی از مفاهیم راه‌حل‌های پارتو و راه‌حل‌های مصالحه و همچنین از دو مدل سازش استفاده نمودند. توره و مندویل (۲۰۱۶) مدل کلاسیک مارکوویتز را با معرفی مدل بهینه‌سازی سبد سهام با مفهوم احتمال چند مقیاسه توسعه دادند.

امیری (۱۳۸۸) یک روش جدید مبتنی بر برنامه‌ریزی توافقی برای بهینه‌سازی مسئله انتخاب سبد مالی چند هدفه توسعه داد که برنامه‌ریزی توافقی بر اساس مقادیر ضد ایده‌آل نام دارد. کاربرد این روش، با انتخاب سبد سهامی با ۳۵ شاخص سهام بازار سهام ایران انجام شده است. کریمیان و عابدزاده (۱۳۹۱) از برنامه‌ریزی تصادفی مقید به موازات روش برنامه‌ریزی آرمانی مینیماکس به کار گرفتند و مدل برنامه‌ریزی آرمانی تصادفی مقید را به عنوان یک تبدیل قطعی مدل انتخاب سبد سرمایه‌گذاری چندهدفه تصادفی ارائه نمودند. موشخیان و نجفی (۱۳۹۴) یک مدل بهینه‌سازی سبد سهام چند دوره‌ای احتمالی میانگین-نیم‌واریانس-چولگی را با در نظر گرفتن هزینه معاملات ارائه دادند. همچنین به‌منظور پیچیدگی در حل این مدل از الگوریتم بهینه‌سازی ذرات چندهدفه و تک

هدفه استفاده نمودند. شریفی‌سلیم و همکاران (۱۳۹۴) روشی برای قطعی سازی برنامه‌ریزی چند هدفه‌ی تصادفی با ادغام نتایج تکنیک تاپسیس در آن را ارائه دادند. در این تبدیل ابتدا مقادیر آرمانی هر یک از اهداف از بهینه‌سازی مسئله بدون در نظر گرفتن سایر اهداف به دست آمد. سپس از ادغام برنامه‌ریزی توافقی و برنامه‌ریزی تصادفی محدود برای تبدیل برنامه‌ریزی چند هدفه‌ی تصادفی به مدلی قطعی استفاده شد.

در این مقاله به انتخاب سبد سهام بهینه در حالت عدم قطعیت از نوع تصادفی<sup>۷</sup> توجه شده است. میانگین بازده‌ها دارای توزیع آماری است که از داده‌های تاریخی به دست آمده است. علاوه بر این، یکی از شاخص‌های نقدشوندگی نیز به عنوان تابع هدف در نظر گرفته شده است. این شاخص نقدشوندگی همانند میانگین بازده هر سهم، دارای توزیع آماری به دست آمده از داده‌های تاریخی هر سهم در بازار اوراق بهادار می‌باشد که در سایر مقالات داخلی در نظر گرفته نشده بود. در هر دو مورد، توزیع آماری از نوع توزیع نرمال فرض شده است. در کنار افزایش مجموع میانگین بازده‌های سهام در سبد سهام و کاهش ریسک سبد سهام، به دنبال افزایش شاخص نقدشوندگی سهام انتخاب شده در سبد سهام هستیم که به عنوان هدف سوم در این مقاله، مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای هر سهم، سقف خرید وجود دارد و همه‌ی بودجه، صرف خرید سهام و تهیه‌ی پورتفولیوی بهینه می‌گردد. در این مقاله بر روی حد بالای میزان بودجه تخصیص یافته به هر سهم بحث شده است که پیش از این به آن توجه نشده بود. به دلیل عدم قطعیت موجود در مسئله از مدل برنامه‌ریزی توافقی با محدودیت‌های شانس استفاده می‌شود و مدل ارائه شده به یک مدل تک هدفه قطعی تبدیل می‌گردد. از این مدل برای انتخاب سبد سهام از بین سهام دارویی بورس اوراق بهادار استفاده می‌گردد و نتایج حاصل از آن مورد بررسی قرار می‌گیرد.

پس از مرور کلی بر موضوع تحقیق، ساختار مقاله به این ترتیب ادامه می‌یابد؛ در بخش بعدی به بیان مبانی نظری پژوهش پرداخته می‌شود، سپس مدل به کاررفته در این پژوهش به منظور بهینه‌سازی سبد سهام ارائه می‌گردد و با اطلاعات یک مثال عدد واقعی حل و بررسی می‌شود و در نهایت نیز به بیان نتایج پژوهش و ارائه‌ی پیشنهادهایی برای مطالعات آتی پرداخته خواهد شد.

### ۳- روش‌شناسی پژوهش

در این تحقیق مدلی برای بهینه‌سازی سبد سهام ارائه می‌شود که در آن برخی از پارامترها تصادفی و دارای توزیع نرمال اند. به این منظور از مدل برنامه‌ریزی توافقی تصادفی محدود (CCCP) که به ترکیب مدل CP و رویکرد CCP است، استفاده می‌شود. مدل CCCP به تصمیم‌گیرنده اجازه

می‌دهد تا چندین هدف متعارض را در نظر بگیرد. نتایج به دست آمده سازگاری بیشتری با خواسته‌های تصمیم‌گیرنده نشان می‌دهد.

### ۳-۱- مدل برنامه‌ریزی توافقی

مدل برنامه‌ریزی توافقی توسط زلنی در سال ۱۹۷۴ ارائه شد. اساس برنامه‌ریزی توافقی، تبدیل مسئله چندهدفه به مسئله تک هدفه می‌باشد. این مدل کمترین فاصله بین سطح‌های دسترسی  $f_i(x)$  و مقادیر ایده آل  $f_i^*$ ، مرتبط با هر تابع  $i$  را در برمی‌گیرد. در بیشتر توابع بهتر است برای به دست آوردن مقدار  $f_i^*$  از روابط ذیل استفاده شود:

مدل (۲):

$$f_i^* = \max f_i(x) \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad \text{رابطه (۶)}$$

Subjected to:

$$g_k(x) \leq b_k \quad \forall k = 1, 2, \dots, K \quad \text{رابطه (۷)}$$

$$x \in X \quad \text{رابطه (۸)}$$

همچنین مدل توافقی به صورت روابط ریاضی مقابل به دست آمده است:

مدل (۳):

$$\min \sum_{i=1}^m \delta_i^- \quad \text{رابطه (۹)}$$

Subjected to:

$$f_i(x) + \delta_i^- = f_i^* \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

$$g_k(x) \leq b_k \quad \forall k = 1, 2, \dots, K \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

$$x \in X \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

$$\delta_i^- \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

مدل توافقی بر اساس انتخاب جواب نزدیک‌تر به نقطه بهینه  $f_i^*$  است (زلنی، ۱۹۸۲).

### ۳-۲- برنامه‌ریزی تصادفی

برنامه‌ریزی تصادفی در زمینه‌های متعددی مورد استفاده قرار گرفته است: برنامه‌ریزی تولید، سرمایه‌گذاری انرژی، مدیریت آب و زمینه مالی. در مواردی که تک هدفه هستند، دو رویکرد، مورد استفاده قرار می‌گیرد، یکی رویکرد منبع و دیگری رویکرد محدودیت شانس است. رویکرد

محدودیت شانس، بهینه‌سازی مقدار مورد انتظار توابع را با توجه به درجه معینی از شدنی بودن برای محدودیت‌های تصادفی، می‌باشد (شاهینیدیس، ۲۰۰۴).

و  $\forall i = 1, 2, \dots, m$  اگر ما توابع  $\tilde{C}_{ij}, \tilde{A}_{ij}$  ماتریس‌های تصادفی و  $\tilde{b}_k$  بردار تصادفی است. برنامه‌ریزی تصادفی چند هدفه می‌تواند به صورت ذیل نوشته شود:

مدل (۴):

$$\max \sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} x_j \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

Subjected to:

$$\sum_{j=1}^n \tilde{A}_{kj} x_j \leq \tilde{b}_k \quad \forall k = 1, 2, \dots, K \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

$$x \in X \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

در رویکرد CCP، برنامه‌ریزی تصادفی چند هدفه به صورت ذیل، به یک برنامه‌ریزی قطعی تبدیل می‌شود (پری‌کوپا، ۱۹۹۵):

مدل (۵):

$$\max E \left( \sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} x_j \right) \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad \text{رابطه (۱۸)}$$

Subjected to:

$$\text{Prob} \left( \sum_{j=1}^n \tilde{A}_{kj} x_j \leq \tilde{b}_k \right) \geq 1 - \zeta_k \quad \forall k = 1, 2, \dots, K \quad \text{رابطه (۱۹)}$$

$$x \in X \quad \text{رابطه (۲۰)}$$

که بردار  $E \left( \sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} x_j \right)$  مقدار مورد انتظار با توجه به مقدار تصادفی و طبیعی  $\zeta_k$  است که مقادیر آستانه‌ی محدودیت‌ها است و توسط تصمیم‌گیرنده مشخص می‌شود.

### ۳-۳- محدودیت شانس

روش محدودیت شانس یکی از روشهای اصلی حل مسائل بهینه‌سازی تحت عدم قطعیت‌های مختلف است. این روش یک مسئله را به گونه‌ای فرموله می‌کند که اطمینان دهد تا احتمال برآورده

شدن یک محدودیت خاص بالاتر از سطح مشخصی است. به عبارت دیگر، منطقه امکانپذیر را محدود می کند تا سطح اطمینان راه حل بالا برود. روش محدودیت شانس یک رویکرد نسبتاً قوی است، با این حال، اغلب استفاده از آن دشوار است (آکویچ و همکاران، ۲۰۱۱).

بهینه سازی محدودیت شانس در مهندسی و مالی بسیار مهم است، در حالی که عدم قطعیت در قیمت، تقاضا، عرضه، نرخ ارز، نرخ بازیافت و تغذیه و شرایط جمعیتی رایج است. برخی از برنامه های کاربردی کلاسیک از روش محدودیت شانس شامل مدیریت مخزن آب و مدیریت ریسک مالی می باشد (گلتو، ۲۰۱۲).

### ۳-۴- برنامه ریزی توافقی با محدودیت شانس

برنامه ریزی توافقی با رویکرد محدودیت شانس (CCCP)، ترکیبی از برنامه ریزی توافقی (CP) و برنامه ریزی تصادفی با محدودیت شانس (CCP) است که برای حل مدل های چند هدفه در حالت عدم قطعیت استفاده می شود. در این برنامه ریزی، مدل غیرقطعی چند هدفه به مدل قطعی یک هدفه تبدیل می شود.

این مدل توسط فؤاد بن عبدالعزیز و همکارانش در سال ۲۰۰۷ ارائه شد:

مدل (۶):

$$\min \sum_{i=1}^m (\epsilon_i + \delta_i^-) + \sum_{k=1}^K \delta_k^- \quad \text{رابطه (۲۱)}$$

Subjected to:

$$E(f_i^* - \sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} x_j) + \phi^{-1}(1 - \zeta_k) \sigma \lim_{\delta x \rightarrow 0} (f_i^* - \sum_{j=1}^n \tilde{C}_{ij} x_j) - \epsilon_i + \delta_i^- = 0 \quad \text{رابطه (۲۲)}$$

$$\forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$E(\sum_{j=1}^n \tilde{A}_{kj} x_j - \tilde{b}_k) + \phi^{-1}(1 - \zeta_k) \sigma \lim_{\delta x \rightarrow 0} (\sum_{j=1}^n \tilde{A}_{kj} x_j - \tilde{b}_k) + \delta_k^- = 0 \quad \text{رابطه (۲۳)}$$

$$\forall i = 1, 2, \dots, m$$

$$x \in X$$

رابطه (۲۴)

در این مدل، تابع هدف، کمینه سازی مجموع انحرافات مثبت و منفی و میزان تفاوت از مقدار بهینه تابع است. رابطه (۲۲) به دلیل غیرقطعی بودن تابع هدف در مدل اولیه، و رابطه (۲۳) به دلیل غیرقطعی بودن محدودیت ها در مدل اولیه ایجاد شده است.



#### ۴- مدل‌سازی ریاضی

در این بخش به مدل‌سازی ریاضی به منظور انتخاب سبد سهام بر اساس آنچه تاکنون بیان شد، می‌پردازیم. همان‌طور که پیش از این مطرح شد مسئله انتخاب سهام شامل ایجاد سبد سهامی می‌شود که مطلوبیت سرمایه‌گذار را حداکثر سازد. مدل مارکوئیتز برای اولین بار از میانگین و واریانس بازدهی سهام برای انتخاب سهام یک سبد سرمایه‌گذاری استفاده کرد. در این پژوهش علاوه بر این دو هدف، از شاخص نقدینگی به عنوان هدف سوم استفاده می‌کنیم، زیرا یکی از شاخص‌های انتخاب سهام در بازار اوراق بهادار، تبدیل سریع سهم به وجه نقد است، یعنی آن سهم بتواند در هر زمانی به فروش برسد، چراکه تبدیل سریع سهم به پول، برای سرمایه‌گذاران مطلوب است.

#### ۴-۱- مسئله بهینه‌سازی سبد سهام

دو مؤلفه مهم در تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری، میزان ریسک و بازده دارایی‌های سرمایه‌ای است. اغلب سرمایه‌گذاران به دنبال بیشینه‌سازی بازدهی خود در سطح معینی از ریسک یا کمینه‌کردن ریسک در سطح معینی از بازده هستند. مارکوئیتز با ارائه مدل میانگین - واریانس خود نشان داد با تشکیل سبدهای از سهام می‌توان در سطح معینی از بازده، ریسک سرمایه‌گذاری را کاهش داد. این امکان به دلیل نبود همبستگی کامل بین بازده سهام مختلف به وجود می‌آید. افراد مختلف بر اساس میزان مطلوبیت مورد انتظارشان دست به سرمایه‌گذاری می‌زنند. تابع مطلوبیت هر سرمایه‌گذار با توجه به ترجیحات همان شخص تعیین می‌شود که لزوماً با سایر سرمایه‌گذاران یکسان نخواهد بود. انتخاب سبد سهام بهینه، اغلب با تبادل میان ریسک و بازده صورت می‌پذیرد و هرچه ریسک سبد سهام بیشتر باشد، سرمایه‌گذاران انتظار دریافت بازده بیشتری را خواهند داشت. از این رو، شناسایی مرز کارای مربوط به سبد سهام این امکان را به سرمایه‌گذاران خواهد داد که بر اساس تابع مطلوبیت و میزان ریسک‌پذیری خویش، بیشترین بازده مورد انتظار را از سرمایه‌گذاری خود به دست آورند (کلم، توتونچو و فابزی، ۲۰۱۴). شایان ذکر است که با توجه به وفاق و اجماعی که روی نحوه محاسبه بازده مورد انتظار از سرمایه‌گذاری وجود دارد، بیشتر مطالعات صورت گرفته در این حوزه حول نحوه محاسبه ریسک سرمایه‌گذاری و مداخله محدودیت‌های دنیای واقعی در فرایند حل مسئله شکل گرفته‌اند. از این رو، در ادامه ضمن بررسی سیر تکاملی مدل‌های به کاررفته در بهینه‌سازی سبد سهام، نقش محدودیت‌های کاربردی دنیای واقعی در فرایند بهینه‌سازی سبد سهام ارزیابی می‌شود. از جمله آن محدودیت‌ها می‌توان به حداقل یا حداکثر میزان سرمایه‌گذاری در یک دارایی اشاره کرد که بیل و فارست (۱۹۷۶) آن را به مدل اولیه مارکوئیتز اضافه کردند. از

این رو، فرناندز و گومز (۲۰۰۷) مدل مارکوئیتز را با افزودن محدودیت حدود بالا و پایین (سقف و کف) برای هر یک از سهام‌ها، اصلاح کردند و مدل میانگین - واریانس با مؤلفه‌های مقید<sup>۱</sup> را به وجود آوردند که شکل عمومی آن به صورت زیر است.

مدل (۱):

$$\text{Max} \sum_{i=1}^n R_i x_i \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \quad \text{رابطه (۲)}$$

Subjected to:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad \text{رابطه (۳)}$$

$$L_i \leq x_i \leq U_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \text{رابطه (۴)}$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \text{رابطه (۵)}$$

که در آن،  $x_i$  نسبت سهم  $i$  در سبد سرمایه‌گذاری،  $R_i$  بازده سهم  $i$  و  $\sigma_{ij}$  کوواریانس سهم  $i$  و سهم  $j$  می‌باشند و  $L_i$  و  $U_i$  به ترتیب حد پایین و بالای متغیر  $i$  ام هستند. در مدل ریاضی بالا، فرض اصلی ریسک‌گریز بودن کلیه سرمایه‌گذاران است. بر این اساس، اولین هدف، افزایش بازده مورد انتظار سبد سهام است و دومین هدف کاهش واریانس دارایی‌های سبد سهام می‌باشد به گونه‌ای که مجموع اوزان دارایی‌ها برابر با یک شود و نسبت خرید هر سهم دارای محدودیت بالا و پایین باشد. در ادامه فرضیات اولیه مدل‌سازی مطرح می‌گردد:

#### ۴-۲- مفروضات مدل

- نرخ بازدهی هر سهم از رابطه‌ی  $\tilde{R}_j = \tilde{P}_{j,t} - P_{j,t-1} + \tilde{D}_{j,t}/P_{j,t-1}$  محاسبه می‌شود که شامل سود تصادفی سرمایه و سهام می‌باشد. در این رابطه،  $\tilde{P}_{j,t}$  قیمت تصادفی سهم  $j$  ام در زمان  $t$  ام و  $\tilde{D}_{j,t}$  سهم  $j$  ام در بازه زمانی  $[t, t-1]$  می‌باشد.  $\tilde{R}_j$  تصادفی است و دارای توزیع نرمال با میانگین و واریانس مشخص است.

- شاخص نقدشوندگی به صورت  $\bar{EF}_j = \bar{N}_j / N_m$  تعریف می‌شود که در آن  $\bar{N}_j$  تعداد روزهایی است که در آن روز، سهم  $j$  ام معامله می‌شود و  $\bar{N}_m$  تعداد روزهای معاملاتی بازار است.  $\bar{EF}_j$  تصادفی است و دارای توزیع نرمال با میانگین و واریانس مشخص است.
- واریانس بازده به عنوان ریسک در نظر گرفته می‌شود و به صورت  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j$  در تابع هدف قرار داده می‌شود و از  $\sigma_{ij} = Cov(\bar{R}_i, \bar{R}_j)$  استفاده می‌شود.
- مقادیر ایده آل مرتبط با شاخص بازده، نقدشوندگی و واریانس از طریق مدل (۷) و مدل (۸) به دست می‌آید که به شرح زیر می‌باشد:

$R_j^* = \max \bar{R}_j$  بیابید و سپس از مدل (۷) استفاده کنید:

$$R^* = \max \sum_j R_j^* x_j$$

Subjected to:

$$\sum_j x_j = 1$$

$$L_j \leq x_j \leq U_j$$

$$\forall j = 1, 2, \dots, n$$

$EF_j^* = \max \bar{EF}_j$  بیابید و سپس از مدل (۸) استفاده کنید:

$$EF^* = \max \sum_j EF_j^* x_j$$

Subjected to:

$$\sum_j x_j = 1$$

$$L_j \leq x_j \leq U_j$$

$$\forall j = 1, 2, \dots, n$$

- مقدار ایده آل برای واریانس که به عنوان شاخصی برای سنجش ریسک در نظر گرفته شده است، مقدار صفر است.

#### ۴-۳- مدل مسئله

مدل اولیه بهینه‌سازی سبد سهام با سه تابع هدف که عبارتند از بیشینه‌سازی بازدهی، کمینه سازی ریسک و بیشینه‌سازی شاخص نقدشوندگی و محدودیت‌های بودجه و کف و سقف به صورت زیر به دست می‌آید:

مدل (۹):

$$\text{Max} \sum_{i=1}^n \tilde{R}_i x_i \quad \text{رابطه (۳۱)}$$

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \quad \text{رابطه (۳۲)}$$

$$\text{Max} \sum_{i=1}^n \tilde{E}F_i x_i \quad \text{رابطه (۳۳)}$$

Subjected to:

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad \text{رابطه (۳۴)}$$

$$L_i \leq x_i \leq U_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \text{رابطه (۳۵)}$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \quad \text{رابطه (۳۶)}$$

برای حل مدل (۹)، دو مشکل اساسی وجود دارد، اول اینکه تعداد توابع هدف، بیشتر از یک تابع می باشد و دوم اینکه عدم قطعیت بر پیچیدگی حل آن می افزاید. برای برطرف شدن این دو مشکل از مدل (۶) استفاده می کنیم. حاصل بازنویسی مدل (۹) با استفاده از مدل (۶)، در ذیل آمده است:

مدل (۱۰):

$$\text{Min} \quad z = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \delta_1^- + \delta_2^+ + \delta_3^- \quad \text{رابطه (۳۷)}$$

Subjected to:

$$E \left( R^* - \sum_{i=1}^n \tilde{R}_i x_i \right) + \phi^{-1}(1-\zeta)\sigma \left( R^* - \sum_{i=1}^n \tilde{R}_i x_i \right) - \epsilon_1 + \delta_1^- = 0 \quad \text{رابطه (۳۸)}$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j - \delta_2^+ = \sigma^* \quad \text{رابطه (۳۹)}$$

$$E \left( EF^* - \sum_{i=1}^n \tilde{E}F_i x_i \right) + \phi^{-1}(1-\zeta)\sigma \left( EF^* - \sum_{i=1}^n \tilde{E}F_i x_i \right) - \epsilon_2 + \delta_3^- = 0 \quad \text{رابطه (۴۰)}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad \text{رابطه (۴۱)}$$

$$L_i \leq x_i \leq U_i \quad \text{رابطه (۴۲)}$$

$$\forall i = 1, 2, \dots, n$$

$$\delta_1^- \geq 0, \delta_2^+ \geq 0, \delta_3^- \geq 0 \quad \text{رابطه (۴۳)}$$

$$\epsilon_1 \geq 0, \epsilon_2 \geq 0 \quad \text{رابطه (۴۴)}$$

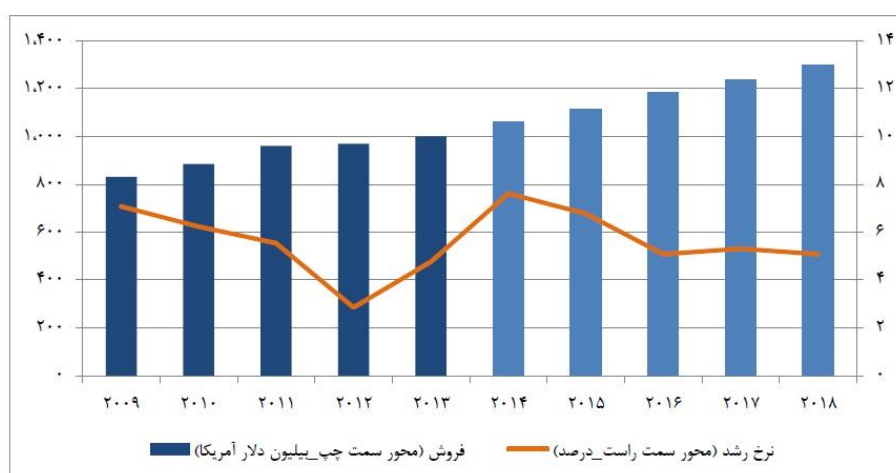
در مدل (۱۰) شاهد تبدیل سه تابع هدف مدل (۹)، به یک هدف هستیم. علاوه بر این تابع هدف اول و سوم تحت تأثیر رابطه (۲۲) از مدل (۶) قرار گرفته‌اند و به ترتیب، به رابطه (۳۸) و رابطه (۴۰) تبدیل شده‌اند. تابع هدف دوم به دلیل قطعی بودن، تحت تأثیر رابطه (۲۲) قرار نگرفت و بصورت برنامه‌ریزی توافقی در محدودیت‌ها قرار گرفت. سایر روابط بدون هیچ تغییری در مدل (۱۰) لحاظ شدند. در بخش بعد، مدل ارائه‌شده در بورس دارویی اوراق بهادار تهران پیاده‌سازی می‌گردد.

### مثال عددی

میزان مصرف دارو در بازار جهانی در سال ۲۰۱۴ میلادی از ۱ تریلیون دلار عبور کرد و انتظار می‌رود تا سال ۲۰۱۸ به حدود ۳/۱ تریلیون دلار برسد. در نظر گرفتن نرخ واقعی تبدیل ارزهای مختلف جهان به دلار آمریکا در سال‌های گذشته و پیش‌بینی آن برای سال‌های آتی نشان می‌دهد که میزان مصرف دارو برای کل دوره مربوط به سال‌های ۲۰۱۴-۲۰۱۸ حدود ۲۹۰-۳۲۰ میلیارد دلار آمریکا افزایش خواهد یافت که در مقایسه با ۱۹۴ میلیارد دلار برای دوره مربوط به سال‌های ۲۰۱۳-۲۰۰۹ رقم قابل توجهی محسوب می‌شود. این در حالی است که در صورت استفاده از نرخ ارز ثابت، مقدار مطلق رشد مصرف به حدود ۳۰۵-۳۳۵ میلیارد خواهد رسید که نسبت به رقم ۲۱۹ میلیارد دلار سال‌های ۲۰۱۳-۲۰۰۹ افزایش چشمگیری داشته است.

هر چند انتظار می‌رود بهبود وضعیت اقتصادی جهان که در چند سال اخیر آغاز شده در سال‌های پیش رو نیز تداوم داشته باشد، ولی امکان دارد رشد بازار جهانی دارو تا حدودی به دلیل شکننده بودن بهبود اقتصادی اروپا، تنش‌های سیاسی روسیه و وقایع اخیر آفریقا و خاورمیانه تحت تأثیر قرار گیرد. در سال‌های ۲۰۱۴-۲۰۱۸ جمعیت افراد با سن ۶۵ سال به بالا در سطح جهان با نرخی بیشتر از سایر گروه‌های سنی افزایش یافته است. پیش‌بینی می‌شود که حدود ۳۰ درصد کل رشد سنی جمعیت در پنج سال آتی، مربوط به این سنین باشند. به‌طور کلی تغییرات درمان بیماری‌های مزمن و وجود جمعیت در حال پیر شدن عامل مؤثر بر بازارهای توسعه‌یافته خواهد بود، رشد جمعیت هم‌زمان با بهبود دسترسی به سیستم بهداشت بهتر جهت گیری بازارهای نوظهور را تعیین خواهد کرد.

شکل ۱ مصرف جهانی دارو و نرخ رشد مرکب سالانه آن را در سال های ۲۰۰۹-۲۰۱۸ نشان می دهد بهبود وضعیت اقتصادی جهان، کاهش تعداد داروهایی که تاریخ فروش انحصاری آن ها به پایان می رسد در کشورهای توسعه یافته، عرضه داروهای جدید و رشد بازارهای نوظهور به رشد ۴ تا ۷ درصدی مصرف دارو در جهان در سال ۲۰۱۸ و بعد از آن کمک خواهد کرد (گروه تحقیقات اقتصادی بانک خاورمیانه، ۱۳۹۴).



نمودار ۱. مصرف جهانی دارو و نرخ رشد سالانه آن

با توجه به دلایل ذکر شده، صنعت دارو، زمینه مناسبی برای سرمایه گذاری صاحبان سرمایه می باشد، از این رو ۲۰ شرکت دارویی در بورس اوراق بهادار تهران، به عنوان مطالعه موردی انتخاب شده اند تا با استفاده از مدل ارائه شده در این پژوهش، مورد ارزیابی قرار گرفته و یک سبد بهینه سهام تشکیل گردد. اطلاعات مربوط به سهام این شرکت ها، از تاریخ ژانویه ۲۰۱۴ تا ژانویه ۲۰۱۷ که از سایت <http://www.tsetmc.com> جمع آوری شده است به صورت روزانه مورد بررسی و استفاده قرار گرفت.

با قرار دادن اطلاعات و همچنین تعیین میزان سقف و کف در مدل (۱۰) و حل آن با نرم افزار GAMS 24.8، سهام بهینه و میزان سرمایه گذاری در هر یک به دست آمد. در این مطالعه موردی یک تحلیل حساسیت بر روی میزان سقف خرید از هر سهم، صورت گرفته است. در این تحلیل حساسیت، مقدار سقف از مقدار ۰/۰۵ شروع شده است چون به ازای مقادیر کمتر، از تمام بودجه در انتخاب سبد سهام بهینه استفاده نمی گردد. به منظور انجام تحلیل حساسیت در هر بار، مقدار ۰/۰۵

به مقدار قبلی آن افزوده می‌شود. از سویی دیگر مقدار پارامتر  $\xi$  نیز در جواب حاصل از آن تاثیر خواهد گذاشت. این مقدار را ۰/۰۵ در نظر می‌گیریم. نتایج حاصل از این تحلیل حساسیت در هر یک از توابع هدف به ازای مقادیر حاصل از مدل (۱۰) مورد بررسی قرار گرفته است. جدول ۱، تحلیل حساسیت میزان سقف متغیر تصمیم را با توجه به تغییرات سه تابع هدف یعنی بازده سبد سهام در روز، واریانس یا ریسک سبد سهام در روز و میزان نقدشوندگی سبد سهام را نشان می‌دهد.

جدول ۱- تحلیل حساسیت میزان سقف متغیر تصمیم به ازای  $\xi = 0.05$

سقف	بازده سبد سهام (R-0.025)	نقدشوندگی سبد سهام (EF-0.025)	واریانس (V-0.025)
۰/۰۵	۰/۰۲۵	۰/۸۰۶	۰/۰۳۸
۰/۱۰	۰/۰۲۶	۰/۹۳۳	۰/۰۱۸
۰/۱۵	۰/۰۲۰	۰/۹۵۲	۰/۰۱۷
۰/۲۰	۰/۰۳۶	۰/۹۴۸	۰/۰۱۵
۰/۲۵	۰/۰۳۴	۰/۹۳۷	۰/۰۱۳
۰/۳۰	۰/۰۳۶	۰/۹۲۹	۰/۰۱۲
۰/۳۵	۰/۰۳۸	۰/۹۲۴	۰/۰۱۱
۰/۴۰	۰/۰۴۲	۰/۹۲۰	۰/۰۱۱۵
۰/۴۵	۰/۰۵۰	۰/۹۱۵	۰/۰۱۰
۰/۵۰	۰/۰۵۰	۰/۹۱۰	۰/۰۱۰

با افزایش حد بالای متغیر تصمیم و هم‌زمان با آن ثابت ماندن حد پایین آن، انتظار داریم که به‌طور کل مقادیر تابع هدف مدل (۱۰) بدتر نشود. نتایج نیز نشان می‌دهد که به ازای افزایش سقف میزان خرید، با افزایش بازده میزان ریسک سبد سهام کاهش می‌یابد، زیرا سهام با بازده بیشتر و ریسک کمتر محدودیت خریدشان، کاهش می‌یابد. اما میزان نقدشوندگی با افزایش سقف خرید هر سهم، کاهش می‌یابد در واقع سقف افزایش سقف خرید اگرچه موجب افزایش فضای حل و در نتیجه بهبود بازده و ریسک شده است ولی بر میزان نقدشوندگی تاثیر منفی داشته است. سوالی که پیش می‌آید این است که سقف خرید سهام در این سبد چقدر باشد؟ در پاسخ به این سوال می‌توان گفت که این موضوع به تابع مطلوبیت سرمایه‌گذار بستگی دارد. این که شخص سرمایه‌گذار نقدینگی بیشتر را به بازده بیشتر و ریسک کمتر ترجیح می‌دهد و یا خیر.

در ادامه به تحلیل حساسیت پارامتر  $\xi$  پرداخته می‌شود. با کاهش این پارامتر، فضای حل کوچکتر می‌شود زیرا عدم قطعیت بیشتری در مدل لحاظ می‌گردد. بنابراین انتظار داریم تا تابع هدف مدل نهایی بهتر نشود. در نتیجه تابع هدفی که تحت تاثیر مدل ارائه شده، در محدودیت‌ها قرار می‌گیرد با احتمال بالاتری برقرار است.

جدول ۲- تحلیل حساسیت میزان به ازای  $\xi = 0.025$ 

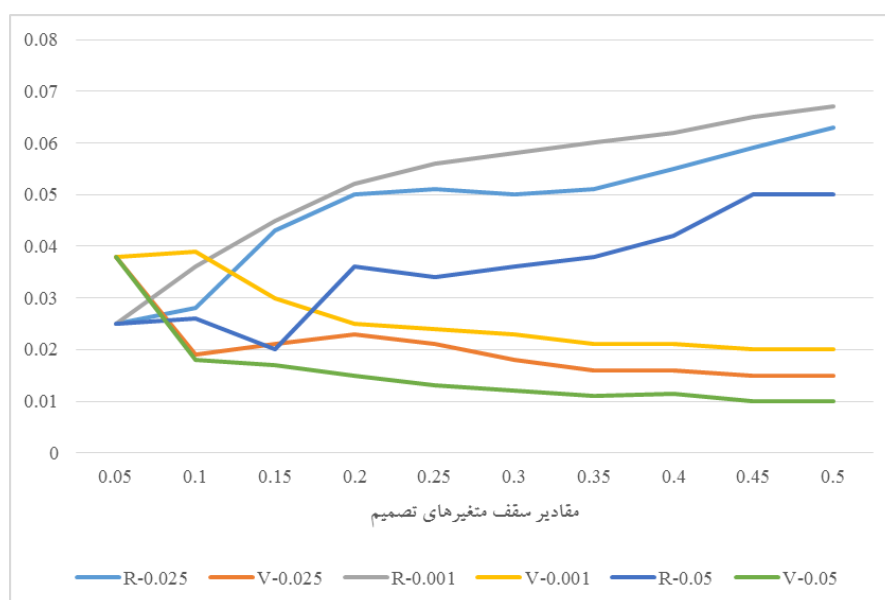
سقف	بازده سبد سهام (R-0.025)	نقدشوندگی سبد سهام (EF-0.025)	واریانس (V-0.025)
۰/۰۵	۰/۰۲۵	۰/۸۰۶	۰/۰۳۸
۰/۱۰	۰/۰۲۸	۰/۹۵۵	۰/۰۱۹
۰/۱۵	۰/۰۴۳	۰/۹۷۳	۰/۰۲۱
۰/۲۰	۰/۰۵۰	۰/۹۸۰	۰/۰۲۳
۰/۲۵	۰/۰۵۱	۰/۹۸۰	۰/۰۲۱
۰/۳۰	۰/۰۵۰	۰/۹۷۸	۰/۰۱۸
۰/۳۵	۰/۰۵۱	۰/۹۷۶	۰/۰۱۶
۰/۴۰	۰/۰۵۵	۰/۹۷۶	۰/۰۱۶
۰/۴۵	۰/۰۵۹	۰/۹۷۵	۰/۰۱۵
۰/۵۰	۰/۰۶۳	۰/۹۷۵	۰/۰۱۵

جدول ۳- تحلیل حساسیت میزان به ازای  $\xi = 0.001$ 

سقف	بازده سبد سهام (R-0.001)	نقدشوندگی سبد سهام (EF-0.001)	واریانس (V-0.001)
۰/۰۵	۰/۰۲۵	۰/۸۰۶	۰/۰۳۸
۰/۱۰	۰/۰۳۶	۰/۹۶۷	۰/۰۳۹
۰/۱۵	۰/۰۴۵	۰/۹۸۱	۰/۰۳۰
۰/۲۰	۰/۰۵۲	۰/۹۸۲	۰/۰۲۵
۰/۲۵	۰/۰۵۶	۰/۹۸۰	۰/۰۲۴
۰/۳۰	۰/۰۵۸	۰/۹۸۰	۰/۰۲۳
۰/۳۵	۰/۰۶۰	۰/۹۷۹	۰/۰۲۱
۰/۴۰	۰/۰۶۲	۰/۹۷۸	۰/۰۲۱
۰/۴۵	۰/۰۶۵	۰/۹۷۶	۰/۰۲۰
۰/۵۰	۰/۰۶۷	۰/۹۷۵	۰/۰۲۰



با توجه به تحلیل حساسیت انجام شده بر روی پارامتر  $\xi$ ، همانطور که انتظار داشتیم، تابع هدف مدل نهایی بهتر نشد. با کاهش مقدار  $\xi$ ، مقدار توابع اولیه یعنی بازده، نقدشوندگی و واریانس که در مدل ارائه شده در محدودیت‌ها قرار گرفته بودند، مقادیر بدتری را اختیار نکردند (یا بهبود یابد و یا تغییری نداشته باشد). در شکل ۱، نمودار  $V-0.001$  بالاتر از دو نمودار دیگر و نمودار  $V-0.025$  بالاتر از نمودار  $V-0.05$  قرار گرفته است. همچنین نمودار  $R-0.001$  بالاتر از دو نمودار دیگر و  $R-0.025$  بالاتر از نمودار  $R-0.05$  قرار گرفته است که تاییدی بر انتظارات ما از مدل بوده است.



شکل ۱- نمودار بازده و واریانس تحلیل حساسیت

در شکل ۲، شاخص نقدشوندگی به ازای تحلیل حساسیت، نشان داده شده است. در این نمودار نیز  $EF-0.001$  پایین‌تر از دو نمودار دیگر قرار نگرفته است و  $EF-0.025$  پایین‌تر از  $EF-0.05$  قرار نگرفته است. همان‌طور که از مدل انتظار داشتیم، جواب حاصل از کاهش پارامتر  $\xi$  نشده است که خود تاییدی بر اعتبار مدل می‌باشد. در مورد انتخاب مقدار سقف متغیرهای تصمیم، همان‌طور که پیش از این بحث شد، این امر به مطلوبیت سرمایه‌گذار بستگی دارد.

## ۵- نتیجه‌گیری و بحث

در این مقاله بهینه‌سازی سبد سهام در حالت عدم قطعیت مورد مطالعه قرار گرفت و این عدم قطعیت در بازده روزانه هر سهم و شاخص نقدشوندگی آن‌ها نشان داده شد. رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی برای تبدیل عدم قطعیت به حالت قطعیت و برنامه‌ریزی توافقی برای تک هدفه شدن چند هدف، به صورت ترکیبی مورد استفاده قرار گرفت. در مدل پیشنهادی، شاخص نقدشوندگی هر سهم نیز علاوه بر دو تابع بازده و ریسک، به عنوان تابع هدف سوم در نظر گرفته شد تا میزان نقدینگی سبد سهام نیز لحاظ گردد. محدودیت سقف و کف متغیر تصمیم در مدل ارائه شده، به مدل رنگ و بوی دیگری بخشید و حد بالای متغیرهای تصمیم مورد تحلیل حساسیت واقع شد. به منظور آزمایش مدل ارائه شده از اطلاعات مربوط به سهام ۲۰ شرکت دارویی از بازار بورس تهران استفاده شد و اعتبار مدل ارائه شده با تحلیل حساسیت پارامتر  $\beta$  بررسی شد. تحلیل‌ها نشان داد که نتایج حاصل از مدل منطقی می‌باشد.

به عنوان تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود تا محدودیت کاردینالیتی به مدل ارائه شده، اضافه گردد. علاوه بر این می‌توان این مدل را در سایر حوزه‌های صنعتی و غیرصنعتی در بازار بورس تهران به کار برد. استفاده از سایر عدم قطعیت‌ها و ترکیب آن با حالت تصادفی می‌تواند به جذابیت این مدل بیافزاید. همچنین استفاده از سایر سنجه‌های ریسک مانند ارزش در معرض خطر و ارزش شرطی در معرض خطر در انتخاب پورتفوی بهینه، پیشنهاد می‌گردد.

## فهرست منابع

- \* امیری، م. (۱۳۸۸)، "بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از برنامه‌ریزی سازشی ضد ایده‌آل". فصلنامه علمی-پژوهشی مطالعات مدیریت صنعتی، سال ششم، شماره ۱۵، صفحات ۱۴۳ تا ۱۶۵.
- \* شریفی سلیم، ع.ر.؛ مومنی، م.؛ مدرس یزدی، م.؛ راعی، ر. (۱۳۹۴)، "برنامه‌ریزی تصادفی چندهدفه برای انتخاب سبد سهام". مجله مدیریت صنعتی، دوره ۷، شماره ۳، صفحات ۴۸۹ تا ۵۱۰.
- \* کریمیان، ن. و عابدزاده، م. (۱۳۹۱)، "برنامه‌ریزی آرمانی مینیماکس در مسئله چندهدفه انتخاب سبد سرمایه‌گذاری در شرایط تصادفی". مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره دوازدهم.
- \* موشخیان، س.؛ نجفی، ا.ع.؛ (۱۳۹۴)، "بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با استفاده از الگوریتم چند هدفه ازدحام ذرات برای مدل احتمالی چند دوره‌ای میانگین-نیم‌واریانس-چولگی". مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره بیست و سوم.
- \* ناصری‌فرد، ع.ر. (۱۳۸۷)، "انتخاب سبد سرمایه‌گذاری با استفاده از مدل برنامه‌ریزی تصادفی چند هدفه در سهام منتخب بورس اوراق بهادار تهران"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه علوم و تحقیقات، دانشکده مدیریت، تهران.
- \* گروه تحقیقات اقتصادی بانک خاورمیانه (۱۳۹۴)، "بررسی صنعت داروسازی ایران".
- \* Ackooij, W. V., Zorgati, R., Henrion, R., & Möller, A. (2011). Chance constrained programming and its applications to energy management, stochastic optimization. Anonymous InTech.
- \* Aouni, B., Ben Abdelaziz, F., Martel, J.M. (2005), "Decision-maker's preferences modeling in the stochastic goal programming". European Journal of Operational Research 162, 610-618.
- \* Ballestero, E., Romero, C. (1996), "Portfolio selection: A compromise programming solution". Journal of Operational Research Society 47, 1377-1386.
- \* Beale, E. M. L. & Forest, J. J. H. (1976). Global optimization using special ordered sets. Mathematical Programming, 10(1), 52-69.
- \* Ben Abdelaziz, F., Mejri, S. (2001), "Application of goal programming in a multi-objective reservoir operation model in Tunisia", European Journal of Operational Research 133, 352-361.
- \* Charnes, A., Cooper, W.W. (1963), "Deterministic equivalents for optimizing and satisfying under chance constraints". Operations Research 11, 18-39.
- \* Fernández A. & Gómez, S. (2007). Portfolio selection using neural networks. Computers & Operations Research, 34(4), 1177-1191.
- \* Fouad Ben Abdelaziz, Belaid Aouni, Rimeh El Fayedh, (2007), "Multi-objective stochastic programming for portfolio selection", European Journal of Operational Research 177, 1811-1823.

- \* Fouad Ben Abdelaziz, Hatem Masri, (2010), “a compromise solution for the multiobjective stochastic linear programming under partial uncertainty”, *European Journal of Operational Research* 202, 55–59.
- \* Fouad Ben Abdelaziz, (2012), “Solution approaches for the multiobjective stochastic programming”, *European Journal of Operational Research* 216, 1–16.
- \* Geletu, A. (2012). *Chance constrained optimization-applications, properties and numerical issues.*
- \* Jian Zhou, Fan Yang, Ke Wang, (2014), “Multi-objective optimization in uncertain random environments”, *Fuzzy Optim Decis Making*, 13:397–413
- \* Kolm, P.N., Tütüncü, R. & Fabozzi, F. J. (2014). 60 Years of portfolio optimization: Practical challenges and current trends. *European Journal of Operational Research*, 234(2), 356-371.
- \* Kumar, P.C., Philippatos, G.C., Ezzell, J.R. (1978), “Goal programming and the selection of portfolios by dual-purpose funds”, *The Journal of Finance* 33, 303–310.
- \* La Torre, D., & Mendivil, F. (2016), “Portfolio optimization under partial uncertainty and incomplete information: a probability multimeasure-based approach”, *Annals of Operations Research*, 1-13.
- \* Lai, T.Y. (1991), “Portfolio selection with skewness: A multiple-objective approach”. *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 293–305.
- \* Lee, S.M., Chesser, D.L. (1980), “Goal Programming for Portfolio Selection”, the *Journal of Portfolio Management* (Spring), 22–26.
- \* Levary, R.R., Avery, M.L. (1984), “On practical application of weighting equities in a portfolio via goal programming”, *Operation Research* 21, 246–261.
- \* Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.
- \* Muhlemann, A.P., Lockett, A.G., Gear, A.E. (1978), “Portfolio modeling in multiple-criteria situations under uncertainty”. *Decision Sciences* 9, 612–626.
- \* Ogryczak, W. (2000), “Multiple criteria linear programming model for portfolio selection”. *Annals of Operations Research* 97, 143–162.
- \* Prakash, A.J., Chang, C., Pactwa, T.E. (2003), “Selecting a portfolio with skewness: Recent evidence from US, European, and Latin American equity markets”, *Journal of Banking and Finance* 27, 1375–1390.
- \* Pre’kopa, A. (1995), “*Stochastic Programming*”, Kluwer Academic Publishers.
- \* Shahinidis, N.V., 2004. “Optimization under uncertainty: State of the art and opportunities”, *Computers and Chemical Engineering* 28, 971–983.
- \* Sharpe, W. F. (1963). A simplified model for portfolio analysis. *Management science*, 9(2), 277-293.
- \* Shing, C., Nagasawa, H. (1999), “Interactive decision system in stochastic multi-objective portfolio selection”. *International Journal of Production Economics* 60–61, 187–193.
- \* Steuer, R.E., Na, P. (2003), “Multiple criteria decision making combined with finance: A categorized bibliographic study”, *European Journal of Operational Research* 150, 496–515.

- \* Tamiz, M., Hasham, R., Jones, D.F., Hesni, B., Fargher, E.K. (1996), "A two staged goal programming model for portfolio selection". In: Tamiz, M., (Ed.), Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 432, pp. 286–299.
- \* Zeleny, M. (1974), "A concept of compromise solutions and the method of the displaced ideal", Computers and Operations Research 1,479–496.
- \* Zeleny, M. (1982), "Multiple Criteria Decision Making", McGraw-Hill, New York.
- \* Ziemba, W.T., Mulvey, J.M. (1998), "Worldwide Asset and Liability Modeling", Cambridge University Press.

## یادداشت‌ها

---

- <sup>1</sup> Portfolio Optimization
- <sup>2</sup> Goal Programming
- <sup>3</sup> Compromise Programming
- <sup>4</sup> Stochastic Programming
- <sup>5</sup> Stochastic Goal Programming
- <sup>6</sup> Chance Constrained Compromise Programming
- <sup>7</sup> Stochastic
- <sup>8</sup> Cardinality Constraint Mean-Variance (CCMV)